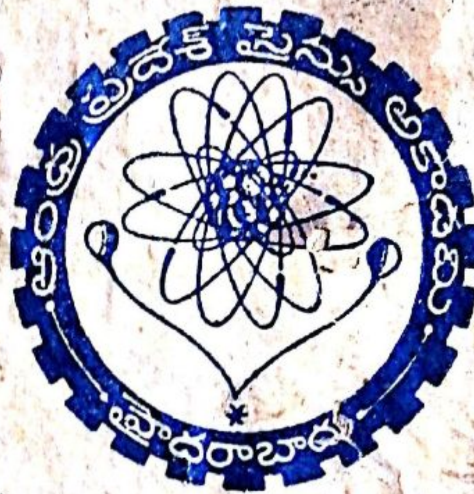
ఆంధ్రప్రదేశ్ సైన్సు అకాడమీ ప్రచురణములు - 5

# సాపేక్షత

"రిలెటివిటీ"

"Theory of Relativity"




1969

ఆంధ్రప్రదేశ్ సైన్సు అకాడమీ ప్రచురణములు - 5

# సాపేక్షత

## విశిష్ట, సార్వత్రిక సిద్ధాంతములు
(సులభ వివరణము)

రచన:

ఆల్బర్టు అయిన్ స్టీన్
అత్యున్నత విద్యాకేంద్రము, ప్రిన్సుటన్, న్యూజెర్సీ.

అధికృత ఆంగ్ల భాషాంతరీకరణము.
రాబర్టు. డబ్ల్యు. లాసన్
షెఫీల్డు విశ్వవిద్యాలయము.

అనువాదము:
హరి లక్ష్మీపతి
న్యూ సైన్సు కళాశాల, హైదరాబాదు.



ఆంధ్రప్రదేశ్ సైన్సు అకాడమి
హైదరాబాదు

RELATIVITY BY ALBERT EINSTEIN
Authorised translation into English by
Robert W. Lawson.
15th Edition, Revised and enlarged.

TELUGU TRANSLATION BY
Hari Lakshmipati.



Published by:
ANDHRA PRADESH AKADEMI OF SCIENCES,
Osmania University Campus, Hyderabad-7.
December, 1969.




Copies Printed: 1000.
Price Rs. 3-00

ACKNOWLEDGEMENTS TO:
MESSERS METHUEN & CO LTD., LONDON
36, Essex Street, Strand W. C. 2
for permission to publish Telugu Edition.

Printed at:
B. V. R. Balreddy & Co.,
137 Park Lane,
Secunderabad.

# సంపాదకీయ భూమిక

ఆంధ్రప్రదేశ్ సైన్సు అకాడమీవారు నిర్ణయించుకొన్న ప్రణాళిక ననుసరించి యిప్పటికి నాలుగు పుస్తకములు ప్రచురింప బడినవి. ఇది అయిదవ ప్రచురణ. ఇంకనూ మరికొన్ని అనువాదములు ముద్రణకు తయారుగా నున్నవి. అకాడమీ ఆరంభదశలో సంపాదక వర్గమువారు ఎంచిన పుస్తకములన్నియు ప్రచురణమగువరకు, క్రొత్తగా యితర పుస్తకములను వ్రాయుటగాని, అనువదించుటగాని ఆర్థిక ప్రతిబంధకముల వలన సాధ్యము కాకపోయెను. అనేకమంది అకాడమీ సభ్యులు, యితర శాస్త్రజ్ఞులు ప్రచురింపదగిన పుస్తకముల గురించి సూచనలు, సలహాలు యిచ్చి ఉన్నారు. అవకాశము వచ్చినపుడు వానిని శ్రద్ధతో పరిశీలించగలము.

ఈ శతాబ్ద ప్రథమపాదమున, యీసిద్ధాంతము నూహించి ప్రతిష్ఠించిన అయిన్‌స్టీన్ అనన్య ప్రతిభాశాలి. ఈ సిద్ధాంతమును దాని సృష్టికర్తయగు అయిన్‌స్టీన్‌ను సరిగా గ్రహించలేక పోయినవారు ఆయనను నాస్తికుడుగా విమర్శింతురు. ఆయన విశ్వమును సృష్టించినది పరమాత్మప్రజ్ఞయే నని దృఢమైన నమ్మకము కలిగియుండెను. అందువలన వారిరచనలలో ఒక విధమయిన ఉత్తమ మతతత్వభావనకూడా ఉన్నది. [illegible] విశ్వ[illegible] రహస్యముల తర్కించివర్ణించిన వేదకాలపు ఋషుల పారంపర్యమునకు చేర్చదగినవాడు.

అయిన్‌స్టీన్ మహాశయుడే ఆయన పరిశోధనల గురించి, బార్నెట్ రచించిన సులభ వివరణ గ్రంథమునకు "ముందుమాట" వ్రాయుచు యీ క్రింది అభిప్రాయమును వెల్లడించారని మనశాస్త్రజ్ఞులు గమనింతురుగాక. "ప్రజానీకము బుద్ధిపూర్వకముగ తెలివితేటలతో విజ్ఞాన పరిశోధనల ఫలితములను తెలిసికొని అనుభవించు అవకాశమును యిచ్చుట, అతి ప్రాధాన్యముగా పరిగణింపవలెను. విజ్ఞాన సముదాయ సంపత్తిని చిన్న బృందమునకు మాత్రము హస్తగతము చేసియుంచినయెడల ఆ దేశ ప్రజలయొక్క తాత్విక విచారతృష్ణను అణచివేసి, ప్రజలలో ఆధ్యాత్మిక దారిద్ర్యమునకు దారితీయును."

పుస్తకములోని వస్తువు అతి నిగూఢము. రేఖాగణిత, బీజగణిత, ఖగోళ, భౌతిక, విజ్ఞాన శాస్త్రపాండిత్య సమ్మిళితము. శైలి నారికేళ పాకము, ఈ కాలపు చవుకరకపు పుస్తకములకు అలవాటుపడిన, చదువరులు దీనిని చదువుటకు కొంత జంకుదురేమో! అయిన్‌స్టీన్ గారు

చెప్పినట్టు, కళాశాలలో చదువుతోబాటు, విజ్ఞాన తృష్ణ, ఎక్కువటర్పు దృఢ నిశ్చయము ఈ గ్రంథపఠనమునకు అవసరమగును. అట్టి పాఠకులకే, అందలి భావములు, ప్రయోగములు, సూత్రములు, నిగమనములు సుగ్రాహ్యమగును.

అతి క్లిష్టమగు నూతనసిద్ధాంతమును, గణిత, భౌతిక శాస్త్రములలో ఎక్కువ పాండిత్యము లేనటువంటి, సామాన్యచదువరులకు, సులభముగా అర్థమగునట్లు, అయిన్‌స్టీన్‌ఆచార్యులే పూనుకొని వ్రాసినట్టి సంగ్రహ రచన యిది. దీని ఆంగ్లానువాదము ప్రఖ్యాతమైన గ్రంథము. ఉస్మానియా విశ్వ విశ్వవిద్యాలయ భౌతిక శాస్త్రాచార్యులు, ప్రథమంలో అకాడమీ గ్రంథ సంపాదకులు, అయిన శ్రీ రావాడ సత్యనారాయణగారు, ఈ గ్రంథమును తెలుగులో ప్రచురింప ప్రోత్సహించిరి. వారే విశ్వవిద్యాలయ ఉపాధ్యక్ష పదవి నలంకరించి, యిప్పుడు మాప్రచురణకు 'తొలిపలుకు' వ్రాసి యిచ్చినందులకు, వారికి మా కృతజ్ఞతాపూర్వక వందనములు.

భాషాంతరీకరణములో, పరిపాలనలోవలనే, అనేక క్లిష్టసమస్యలను ఎదుర్కొన వలసి యుండును. ఆవేదనలను, అనుభవించినవారికే ఆ కష్ట నిష్ఠురములు తెలియును. ఇట్టి గ్రంథమును తెనిగింప బూనుటకు విస్తారమగు విజ్ఞానము, భాషాపాండిత్యము మాత్రమేకాక, ధైర్యసాహసములు కూడ అవసరము. అట్టి కార్యభారమును శ్రీ వారి లక్ష్మీపతిగారు వహించినందుకు అభినందనములు. ఈ ఆంధ్రీకరణము ఎంతవరకు విజయవంతమో, సహృదయులు, విజ్ఞానకోవిదులు అయిన చదువరులే నిర్ణయింపగలరు.

ఈ ఆంధ్రానువాదమును జాగ్రత్తగా పఠించిన వారలలో ఏకొద్దిమందయిననూ, గ్రంథస్థమయిన విజ్ఞాన విషయములలో ప్రత్యేక శ్రద్ధ వహించి, ఎక్కువ పరిశ్రమసల్పి, "నార్లేకర్" "సుదర్శన్" మొదలయిన వారివలె అయిన్‌స్టీన్ ప్రతిష్ఠించిన విజ్ఞానలోకములలో మన ప్రదేశమునకు, కీర్తి, నార్జింతురని మా అకాడమీ ఆశాభావము.

ముక్కోటి ఏకాదశి 19-12-69 — దండా వెంకట సుబ్బారెడ్డి
అశోక్‌నగర్, హైదరాబాదు

డా. రావాడ సత్యనారాయణ
B.A. (Osm). A.R.C.S. B. Sc. (Hons)
PH. D. (Lond)
ఉస్మానియా విశ్వవిద్యాలయ
ఉపాధ్యాయుడు

# తొలిపలుకు

తన సిద్ధాంత సులభ వివరణ కొరకై, అయిన్‌స్టీన్ తానే స్వయముగా రచించిన "సాపేక్షతా సిద్ధాంత"మను పుస్తకమునకిది అనువాదము అనేక ముద్రణల నందిన ప్రఖ్యాత గ్రంథమది. సులభవివరణ కొరకై నిర్దేశింపబడిన పుస్తకమయినను, నవలవలె చదువ దగినది కాదని అయిన్‌స్టీన్, తనంతట తానే వ్యక్తపరచును. ఈ పుస్తకమును అనేక పర్యాయములు నేను చదివితిని. ఆంధ్రప్రదేశ్ సైన్సు అకాడమి తరఫున, అనువాద, ప్రచురణల కొరకై, ఈ పుస్తకమును ఎంచుటకు నేను బాధ్యుడను. సామాన్యమయిన మెట్రిక్యులేషన్ తరగతి వరకు కావలసిన, గణిత విజ్ఞాన శాస్త్రముల జ్ఞానమును పొందిన ఎవ్వరయిననూ, క్రమపద్ధతిని వాదములను గమనించుచు, తీవ్రయత్నము కావించిన యెడల, అవగాహన చేసుకొన గలిగిన పుస్తకమిది.

భౌతికశాస్త్రమున, అతి క్లిష్టతరమైన సిద్ధాంతములలో నొకటిగా అయిన్‌స్టీన్ సాపేక్షతా సిద్ధాంతము పరిగణింప బడుచున్నది. ప్రపంచమంతటిలో కేవలము ముగ్గురువ్యక్తులుమాత్రమే, ఈ సిద్ధాంతమును అవగాహన మొనరించు కొనిరనీ, అందులో ఒకవ్యక్తి అయిన్‌స్టీన్ అనీ, ఒకానొకప్పుడొక కట్టుకథ కలదు. తీవ్రయత్నము సల్పుఅభిలాష, గణితవిజ్ఞాన శాస్త్రములయందు ప్రాథమిక జ్ఞానము కలిగియుండిన ఎవ్వరయిననూ అవగాహన మొనరించుకొన కలిగిన శ్రేణియందొక పుస్తకముగ, రచియించి అయిన్‌స్టీన్ ఆమిథ్యను తొలగించెను. అనువాదకుడయిన శ్రీ హరి లక్ష్మీపతి కూడా అనుభవశాలి అయిన భౌతిక శాస్త్రాధ్యాపకుడు. సాపేక్షతను గురించి తెలుసుకొనేటంతటి యిచ్ఛ భౌతిక శాస్త్రములయందు గల తెలుగుసేర్చిన ప్రజానీకమునకు, యీ పుస్తకమును అందుచే ఆదరించుడని తెల్పుటకు సంతోషించుచున్నాను.

హైదరాబాదు
17 డిసంబరు 1969 డా. సత్యనారాయణ

# గ్రంథకర్త పీఠికకు అనువాదము

పాఠకులు, సైద్ధాంతిక, భౌతికశాస్త్ర పరికరముల నుపయోగించుటలో ప్రవీణులు కాకపోవచ్చును. కాని సాపేక్షతా సిద్ధాంతమును గురించిన, సామాన్య శాస్త్రీయ తాత్విక దృక్పథముపట్ల ఆసక్తి కలిగియుండవచ్చును. అటువంటివారికి, సాధ్యమయినంతవరకు ఆ సిద్ధాంతముయొక్క సరియయిన దృక్పథమును సమీకరించుకొనుటకై, ఈ పుస్తకము ఉద్దేశింపబడినది. విశ్వవిద్యాలయ ప్రవేశ పరీక్షకు కావలసిన విద్యా ప్రమాణము, తీవ్రమైన పట్టుదల, అమితమైన శ్రద్ధ, గ్రంథము చిన్నది అయినా, చదువరులకు అవసరము. ఈ సిద్ధాంతముయొక్క ప్రధానోద్దేములు ఉత్పన్నమయిన క్రమమును, సందర్భానుగుణ్యాముగా, సులభగ్రాహ్యామగునట్లు నివేదింపవలయుననియు గ్రంథకర్త శక్తివంచనలేక ప్రయత్నించెను. విషయమును విస్పష్టముగా విశదీకరించవలెనన్న ఆసక్తికొలది చర్విత చర్వణము తప్పనిసరియైనది. సుందరమగు రచనపట్ల అంతగా శ్రద్ధచూపలేదు. "వస్త్రాలంకారునకు, చర్మకారునకు, వన్నెచిన్నెలు వదలిపెట్టవలెను" అను సుప్రసిద్ధ సైద్ధాంతిక భౌతికశాస్త్రవేత్త అయిన "యల్. బోల్టుజ్‌మన్" యొక్క ఆదర్శమును తు. చ. తప్పకుండ పాటించితిని. అయినప్పటికి విషయమునందలి క్లిష్టతను చదువరులకు లేకుండ చేసితినని దర్పములను పలుకను. అంతేకాకుండా భౌతికశాస్త్రి పరిచయములేని పాఠకులను "అడవికిపోయి చెట్టెక్కడ ఉన్నవని" వెదకువానివలె చేయకుండుటకై, ఈ సిద్ధాంతమునకు మకుటాయమానమైన భౌతికశాస్త్రిపు మూలాధార సూత్రములను సవతితల్లి మర్యాదతో-

అనగా దురవగాహములయిన వాని పొంతపోక సామాన్య విషయములనే వివరించుచు ఈ రచన సాగించితిని.

ఎవ్వనికే నొకనికి భావనాపథమున కొన్ని గంటలయినను స్వేచ్ఛా విహారము ఈ పుస్తకము ప్రసాదించుగాక.

డిసంబరు 1916 ఆ. అయిన్ స్టీన్

## పదిహేనవ ముద్రణమునకు సూచన

విశేషించి "అంతరాళము" (Space) ను గురించి ప్రబలిన సమస్య మీదనూ, సాపేక్షతా దృక్ప్రభావ ఫలితముగా, అంతరాళము గూర్చి మన కున్న అభిప్రాయములు క్రమేణా మారురూపము పొందుచున్న వైఖరి మీదనూ, నా అభిప్రాయములు వెలిబుచ్చుచూ, అయిదవ అనుబంధమును ఈ ముద్రణమునందు అదనముగ చేర్చితిని. "భౌతిక వాస్తవికతకు లోన యిన" యదార్థములైన వస్తువులతో నిమిత్తములేకుండా, అంతరాళ కాల మునకయి వేఱే యొక స్థావరము కల్పింప నవసరములేదు" అని చూపు టయే నా సంకల్పము. అంతరాళమునందు భౌతిక వస్తువులు లేవుగాని, అవి అంతరాళమున వ్యాపించియున్నవి.

ఈ పంథా ననుసరించి "శూన్యాంతరాళము" అను అభిప్రాయము అర్థ రహితమగును

జూన్, 9, 1952 ఆ. అయిన్ స్టీన్.

# విషయసూచిక



## ప్రథమ భాగము

### విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము

పుట

## ద్వితీయ భాగము

### సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము

## తృతీయ భాగము

### "విశ్వము ఏకరాశి" అను దానిపై చర్చ



## అనుబంధములు

# సాపేక్షత

ప్రథమ భాగము:

## విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము

## 1

### రేఖాగణిత ప్రతిపాద్యముల భౌతికార్థము

బడిలో గడిపిన దినములలో, ఈ పుస్తకమును చదువుచున్న మీలో చాలామంది "యూక్లిడ్ రేఖాగణిత" మనబడే గొప్ప కట్టడముతో పరిచయము కలిగించుకునే యుందురు. ఆ మహాభవనం - పై అంతస్తులకు పోయే మెట్ల వరుస పైకెక్కింప వలెనని కర్తవ్య పరాయణు లయిన ఉపాధ్యాయులు గంటల కొలది మిమ్ము తరిమి తరిమి కొట్టడము, ప్రేమను మించిన పూజ్యభావముతో జ్ఞప్తియుంచు కొందురు. ఆశాస్త్రము నందలి మారుమూలనున్న ఏ ప్రతిపాదన నయిననూ యథార్థము కాదన్న వారిని, మీ అనుభవ జ్ఞానము వలన పహ్యముగ చూతురు. కాని "రేఖాగణిత ప్రతిపాద్యములు యథార్థము" అని నొక్కి పలుకుటలో మీ భావ మేమి ? అని మిమ్ములను ఎవరయినా అడిగిన, నిజమని నమ్ము మీ దృఢ విశ్వాసము తక్షణము అంతరించును. ఈ పై ప్రశ్నను ఇంచుక నిదానించి పరిశీలింతము.

తలము, బిందువు, సరళరేఖ మొదలగు వానిని గురించి నిశ్చితాభి ప్రాయములను, ఇంచుమించు జత చేయగలము. అభిప్రాయములను ప్రమా

ణముగ గొని, సత్యములని యొప్పించ గలుగు కొన్ని ప్రతిపాద్యములను (స్వయంసిద్ధములను) ముందిడు కొని రేఖాగణితము పురోగమించినది. ఆ స్వయం సిద్ధ ములనే అనుగమించి మిగిలిన ప్రతిపాద్యము లన్నియు వెల్వ డినవని తార్కిక సాంప్రదాయము ఆధారభూతముగ గొని, చూపబడినది. అనగా అవి ధృవసిద్ధాంతములుగ నిరూపింపబడినవి. అవి "యథార్థమని" "ఒప్పుకొనక తప్పదు" అని మనంతట మనకే తోచును. ఈ స్వయంసిద్ధ ములనుండి, అంగీకరింపబడిన విధానమున ప్రతిపాద్యములు, ఉత్పన్నమయి నపుడు మాత్రమే అవి "యథార్థమగును" ఇట్లు రేఖాగణితములలోని ప్రతి పాద్యముల యథార్థ్యమును గూర్చి చేయబడిన జిజ్ఞాస స్వయం సిద్ధ ముల యథార్థతయే అయినది. స్వయంసిద్ధముల యథార్థత గురించి కలుగు శంకలకు రేఖాగణిత శాస్త్రపద్ధతుల రీత్యా సమాధానము లేదు. అంతే కాకుండా ఈ సంప్రశ్నయే అర్థరహితము. ఇది చాల కాలము నుండియు తెలిసి యున్న విషయమే. "రెండు బిందువులగుండా ఒకే ఒక సరళ రేఖ పోవును" అను స్వయం సిద్ధము "యథార్థమా" "కాదా" అని మనము ప్రశ్నింప జాలము. కాని యూక్లిడ్ రేఖాగణితము సరళరేఖలనబడు వాటితో వ్యవహరించును. అందు ప్రతియొక్క సరళరేఖ, దానిపయి నిర్దే శింపబడిన రెండు బిందువుల మూలమున నిర్ణయింప బడును. "ఈధర్మము సర్వత్రా అన్ని సరళరేఖలకు అను వర్తించును" అని మాత్రము చెప్ప గలము. "యథార్థత" గురించి గల "భావన" శుద్ధరేఖాగణిత నిర్ధారణ లతో ఏకీభవించుట లేదు. ఎందు వలన అనగా "యథార్థము" అను పద ముతో, దానికి అనుసంబంధించిన వాస్తవిక వస్తువునకునూ, ఏలాగున అయిననూ, తుదకు ముడిపెట్టు అలవాటునకు మనము లోనయిఉన్నాము. ఏమయినప్పటికి, అభిప్రాయమునకునూ, అభిప్రాయమునకు గల పరస్పర తార్కిక సంబంధము మినహా, రేఖాగణితాను గతములగు అభిప్రాయము లకునూ అనుభవగతముల వస్తువులకునూ, గల పొత్తుతో రేఖాగణితము నకు సంబంధము లేదు.

అయినప్పటికిని, రేఖాగణితపు స్వయం సిద్ధములు సత్యము అని అనుటకు, ఏదో బలవంతము పైన ఒప్పుకొనవలసి వచ్చినట్లు తోచును. "ఏల అది" అను ప్రశ్నకు సమాధానమరయుట కష్టతరము కాదు. రేఖా గణితాభిప్రాయములు, కొలదిగనో, గొప్పగనో, ప్రాకృత వస్తువులతో అవినాభావ సంబంధము కలిగియున్నవి. ఆ అభిప్రాయములకు ఈప్రాకృత వస్తువులే నిర్వివాదముగ మూలకారణములు. యథాసాధ్యమగునంత విరివిగా నిర్మాణమునకు, తార్కిక సమైక్యత కుదుర్చుట కయి, రేఖాగణితము పూర్వ పంథానుండి వైదొలగ వలసి యున్నది. ఉదాహరణకు "దూరము" అను పదము తీసుకొందము. 'దూరము' అనగానే నిత్యానుభవములోని ఒక దృఢమైన వస్తువు. దాని మీద గుర్తింప బడిన రెండు స్థానముల చూచట మనకు పరిపాటి అయిపోయినది. ఈ విధముగ దూరము గురించి ఆలోచించు అలవాటు మనలో లోతుగా పాతుకొని పోయినది. అనువైన పరిశీలనా స్థలమునుంచి, ఒక కన్ను మూసి పరీక్షించునపుడు, దృశ్యమానములగు మూడు బిందువులు ఏకీభవించునటుల చేయబడిన యెడల, ఆమూడు బిందువులు ఒకే సరళరేఖ మీద నుండునని భావించుటకు మనము అలవాటు పడియున్నాము.

అలవాటు పడిన ధోరణితోపాటు "దృఢమైన వాస్తవిక వస్తువునకు మనము స్థలమార్పులను కలిగించినను, దాని మీదనున్న రెండు బిందువుల మధ్యనున్న దూరము, ఎల్లప్పుడునూ సమానముగా నుండును" అను ఒకే ఒక ప్రతి పాద్యము మూలమున, యూక్లిడ్ రేఖాగణిత ప్రతిపాద్యములకు మనము పూర్ణాకృతిని కల్పింతము. అటుల కల్పించిన యెడల, దృఢమైన వాస్తవిక వస్తువులయొక్క యథార్థసాధ్యమగు సాపేక్షస్థానముల మీద 'ప్రతిపాద్యములు', యూక్లిడ్ రేఖాగణిత ప్రతిపాద్యములు విడిపోవును.[1] ఈ విధముగ పూరించబడిన, రేఖాగణితము, భౌతికశాస్త్ర శాఖగ

1. స్వాభావిక వస్తువుకూడ సరళ రేఖతో అను సంధింపబడినది అనునది స్ఫురించును. A,C, వృత్త బిందువులు అయిన AB, BCల మధ్య గల దూరముల మొత్తము సాధ్యమగు నంత హ్రస్వముగ నుండునట్లు B గ్రహించడ మయినది. అప్పుడు A,B,C, అను ఈ మూడు బిందువులు ఒకే సరళరేఖమీద నుండును. ఈ అసమగ్రమగు సూచన ప్రస్తుతావసరమునకు సరిపోవును.

పరిగణింపదగును. రేఖాగణితాభిప్రాయములతో బయలుచిన వాస్తవిక వస్తువుల విషయమై ఈ ప్రతిపాద్యములు సంతృప్తి కరములగునా? అని మనము ప్రశ్నించుట ధర్మసమ్మతము. కనుక ఈ ఊహను, రేఖాగణిత ప్రతిపాద్యములకు వ్యాఖ్య కలిపించినయెడల, అందలి "యథార్థత" గూర్చి మనము ప్రశ్నించుట న్యాయసమ్మత మగును. ఈ భావముతో, క్షేత్రగణిత ప్రతిపాద్యముల "యథార్థత" అనగా, కొలతబద్ద, వృత్తలేఖినితో గూడిన నిర్మాణము అను అభిప్రాయము ఇంచుమించు, మనము వెలిబుచ్చనగును.

ఈ మతానుగతిని రేఖాగణిత స్వయం సిద్ధముల యథార్థత నిశ్చయముగ, అసంపూర్ణానుభవమునకు వెలియైన పునాదులపై స్థాపింప బడినదే. కాని ప్రస్తుతము రేఖాగణిత ప్రతిపాద్యముల "యథార్థత" యథార్థముగనే అనుకొందము ఆ తరువాత (సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత భాగమున) ఆ యథార్థతకు గల హద్దుల గూర్చి పరిశీలింతము. అటుపై ఆ హద్దుల పరిమితుల గూర్చి చర్చింతము.

# 2

## నిర్దేశాంకముల విధానము

ఇదివరలో సూచింపబడిన "దూరము" అను పదమునకు గల భౌతి కార్థ వివరణము ఆధారముగా గొని దృఢమైన వస్తువునందుగల రెండు బిందువుల మధ్యగల దూరమును కొలతల సాయమున మనము నిర్ణయించ వచ్చును. ఇందుకు గాను మనకు దూరమును గొలుచు నొక కొలతబద్ద 'S' కావలయును. ఇది ఎల్లప్పుడును ఉపయోగపడు నొకస్థిర ప్రమాణము. A,B అనునవి దృఢవస్తువు మీదగల రెండు దత్త బిందువు లయిన యెడల రేఖాగణిత సూత్ర సాంప్రదాయముగ, ఆ బిందువుల రెంటిని కలుపు రేఖా నిర్మాణము చేయగలుగుదుము. ఇక 'A'తో ప్రారంభముచేసి పర్యాయ మునకు 'S' దూరము చొప్పున 'B'ని చేరు వరకుగల పర్యాయములను లెక్కించ వచ్చును. పనిపూర్తి అగుటకు పట్టిన పర్యాయముల సంఖ్య A,Bల మధ్యదూరము యొక్క సంఖ్యా ప్రమాణము. పొడవుల నన్నిటిని కొలుచుటకు కిది మూలపద్ధతి. [1]

ఒకానొక సంఘటనారంగమునకు గాని, అంతరాళ స్థితమయిన వస్తువుయొక్క ఉనికికిగాని సంబంధించిన ప్రతి వివరణము, ఆవస్తువుగాని, ఆసంఘటన గాని, ఏకీభవించు, ఒక దృఢ వస్తువు (వివరణ కయిన వస్తువు) యొక్క బిందు నిర్ధారణపై ఆధారపడియున్నది. ఈసూత్రము వైజ్ఞానిక విషయ వివరణములకు మాత్రమే గాక, మన నిత్య జీవిత క్రమమునకును

---

(1) ఇచ్చట శేషమేమియు లేదని ఊహించితిమి. అనగా కొలత పూర్ణాంకము నిచ్చును. విభజింప బడిన కొలతబద్ద నుపయోగించుట వలన ఇందలి కష్టము తొలగింపబడినది. దీని ప్రవేశమువలన ముఖ్యమయిన ఒక నూతన విధానము అవ సరము లేదు.

వర్తించును. లండను నగరమున "ట్రఫాల్‌గర్ స్క్వేర్"[1] స్థలము యొక్క నిర్దేశమును విడమరచి చూచిన ఈ దిగువ ఫలితములకు వత్తుము. పైనసూచింపబడిన స్థలముయొక్క నిర్దేశమునకు, దృఢమైన వస్తువు భూమి యగును. లండనులోని ట్రఫాల్‌గర్ స్క్వేర్, పేరొకచే తగలింపబడిన సునిశ్చితమగు బిందువు ఇది అంతరాళములోని సంఘటనతో ఏకీభవించును.[2]

దృఢమైన వస్తువుల ఉపరితలమునగల "స్థలనిర్దేశము" గావించునపుడు మాత్రమే, ఈ పురాతన విధానము వ్యవహరింపబడును. ఉపరితలమందలి బిందువులలో, ఒకదానినుండి వేరొకదానిని సులభముగ గుర్తించవగును, బిందువుల అస్తిత్వము మీద, ఈప్రాచీన పద్ధతి ఆధారపడియున్నది. కాని, మనస్థల నిర్దేశ పద్ధతి స్వభావమునకు మార్పుపుటిల్లకుండా, ప్రాతపద్ధతిలో గల రెండు అవధులను తొలగించు కొనగలము. ఉదాహరణకు "ట్రఫాల్‌గర్ స్క్వేర్" మీదుగ ఒకమేఘము తారాడుచున్న యెడల మేఘమును ముట్టగలుగు స్తంభమును, ఆస్క్వేరునందు నిట్ట నిలువగా పాతి. భూమి ఉపరితలమునకు, ఆమేఘము యొక్క సాపేక్ష స్థానమును మనము నిర్ణయించ గలము. ప్రామాణిక కొలతబద్దచే, కొలవబడిన ఆ స్తంభము యొక్క పొడవు, దాని మట్టము యొక్క ఉనికియు కలసి మనకు పూర్తిగా స్థల నిర్దేశ మొసగును. ఈ ఉదాహరణవలన స్థానము పైగల భావము అంతంతకు ఎంత సున్నితముగ అభివృద్ధి చెందినది మనము గమనింప గలుగుదుము.

---

(1) మూల గ్రంథమున పాటస్ డామర్ ప్లాట్‌జ్ బెర్లిన్ అని సూచింపడిబనది. ఇంగ్లీషు చదువరులకు, సుపరిచితమని ఈ స్థలమును ఎన్నుకొంటిని.

(2) "అంతరాళములో ఏకీభవించుట" అను ప్రవచనమందలి అంతరార్థమును యింకను లోతుగా అన్వేషించుట యిక్కడ అనవసరము. ఆచరణకు కొనితెచ్చుటలో అభిప్రాయ భేదములు పుట్టకుండా నమ్మిక కలిగించుటకు చాలినంత స్పష్టముగా తెలుపుటకు ఆపాటి సూచనా భావము సరిపోవును.

(ఎ) ఉనికిని నిర్ణయించ వలసిన వస్తువును, నిండు కొలతలు గల దృఢ వస్తువుగ చేయబడినది. ఈ విధముగ స్థాన నిర్దేశమువకయి పేర్కొనబడిన వస్తువును, దృఢవస్తుపూరకముగ ఊహింతుము.

(బి) ఇందు స్తంభము యొక్క పొడవు కొలతబద్దతో కొలువబడినది. కనుక సూచన కయి నియమించు కొనిన బిందువులకు బదులు, వస్తుస్థాన నిర్దేశమునకు సంఖ్యలు వాడుదుము.

(సి) మేఘమును అంటునట్లుగ స్తంభమును పాతకున్ననూ, మేఘము ఉన్న ఎత్తును గూర్చి ప్రస్తావింతుము. భూమియందలి వేరు వేరు స్థలముల నుండి మేఘమును దృగ్యంత్రముల మూలమున పరిశీలించుట వలననూ క్రాంతి ప్రసారణ ధర్మములను లెక్కలోనికి తీసికొనుట వలననూ, మేఘమును తాకునట్టి స్తంభము యొక్క యెత్తును మనము కనుగొందుము.

సూచితమయిన, దృఢవస్తువు మీద గుర్తింపబడి, పేరిడిన స్థానముల అస్తిత్వముతో మనకు నిమిత్తము లేకుండా చేయుటకయి, కొలతసంఖ్యల సహాయమున స్థాన వివరణము. సాధ్యమయిన యెడల లాభకరముగ నుండునని ఈ సమాలోచనల నుండి మనము గమనింతుము. కొలతలతో నిండిన భౌతిక శాస్త్రమున, కార్టీషియన్ నిర్దేశాంక విధానమును, అమలు జరుపుట వలన, యిది సాధ్యమయినది.

దృఢమైన వస్తువునకు, దృఢముగ అనుసంధింపబడి, ఒకదానికొకటి లంబములుగ మూడు సమతలములు ఉండును. నిర్దేశాంక విధానమున, ఘటనా దృశ్యము నుండి మూడు సమతలములకు, గీసిన మూడు లంబ రేఖల పొడవుల ద్వారా, అనగా మూడు నిర్దేశాంకముల (x,y,z) ద్వారా ఘటనా దృశ్యము నిశ్చయింపబడును. ఈ మూడు లంబముల కొలతలు యూక్లిడ్ రేఖాగణితమున ఉన్న సూత్రపద్ధతుల రీత్యా దృఢమైన కొలత బద్దతో కొలచి, నిర్ణయించ వచ్చును.

నిర్దేశాంక విధానమున, అంగికములయిన దృఢమైన ఉపరి తలములు, సాధారణముగ, ఆచరణయందు, అందు బాటున లేవు: మరియొక విషయము. నిర్దేశాంకముల పరిమాణము దృఢమైన కొలతబద్ద సహాయమున సూటిగా, యథా తథముగ నిర్ణయింప బడలేదు. భౌతిక ఖగోళ శాస్త్రిముల ఫలితములు స్పష్టముగ నుండవలెననిన పై సమాలోచనల ననుసరించి స్థాన నిర్ధారణ సాధింప బడవలెను[1].

ఇట్లు మనము, యీదిగువ సారాంశమునకు వత్తుము. అంతరాళమున జరుగు సంఘటనల ప్రతి వివరణయూ, ఆ ఘటనలు సూచించు దృఢ వస్తువు ఉపయోగమునకు లోనయి ఉన్నవి. యూక్లిడ్ రేఖాగణితమున "దూరములగూర్చి నిర్ణయించిన ధర్మములను ఫలిత సంబంధము పాటించును. ఇందు "దూరము" యొక్క భౌతికార్థము దృఢవస్తువు మీద "రెండు గుర్తులు" అను సాంప్రదాయ మేర్పడినది.

(1) ఈ గ్రంథము నందలి రెండవ భాగమునందు గ్రహింపబడిన సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతముతో మనము వ్యవహరించు వఱకును, ఈ అభిప్రాయము లకు మార్పు, సునిశితత్వము, చేయ అవసరముండదు.

# 3

## సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమున కాలము—అంతరాళము

కాలముతోపాటు, అంతరాళమున వస్తువులు తమ ఉనికిని మార్పులను పొందు విధము వివరించుటయే సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రిము యొక్క ప్రయోజనము. తీవ్రమగు పర్యాలోచన, సవిస్తరమగు అర్థవివరణము లేకుండా, యాంత్రిక శాస్త్రిము యొక్క లక్ష్యమును ఈ విధముగా సూత్రీకరించిన యెడల నా అంతరాత్మను, పవిత్రమైన ఉద్వేగ స్వచ్ఛతకు మారుగా మహాపాప భారముతో నింపిన వాడనగుదును. ఈ పాపములు వెలిబుచ్చ ప్రయత్నింతుము.

"ఉనికి"—"అంతరాళము" అనిన ఏమనుకోవలయునో విశదముగా లేదు. ఏక రీతిగా ప్రయాణము చేయుచున్న రైలుపెట్టె యొక్క కిటికీ వద్ద నిలబడి, విసరకుండా, రైలుకట్ట మీదికి ఒక రాతిని జారవిడిచితివి. గాలియొక్క నిరోధక ప్రభావమును పరిగణింపకున్న, ఆరాయి, సరళ రేఖామార్గమున కట్టమీద పడుట గమనింతును. కాలి బాటను పడి నడచి వచ్చు ఒకడు, ఆ కావి పనిని పరకించిన, ఆ రాయి పరవలయ పథమున భూమిపై పడుట గమనించును. రాయి పయనించిన స్థానములు వాస్తవమునకు సరళరేఖమీద నుండునా? లేక పరవలయ వక్ర రేఖపైనుండునా? అటుపై 'అంతరాళమున' చలనము అనిన అర్థమేమి?

గత ప్రకరణము నందలి సమాలోచవలనుండి, దానికి సమాధానము స్వయంద్యోతకము. ఈ పఞ్మాత్రము అంతరాళమును గురించిన భావన యేర్పరచు కొనజాలని, మనము అంతరాళమను అస్పష్టమయిన పదమును ముందుగ విసర్జింతుము. తత్ స్థానే, "దృఢ సూచిత వస్తువునకు

సాపేక్షముగా చలనము" అనుపదము నుంతుము. గత ప్రకరణమున, సవిస్తరముగ, సూచిత వస్తువు [రైలు పెట్టెలేక రైలు కట్ట]నకు సాపేక్షముగ నుండిన స్థానములు నిర్వచింప బడినవి. గణిత శాస్త్రీయ వివరణమునకు ఉపయోగకరమగు అభిప్రాయమున "సూచిత వస్తువు"స్థానే "నిర్దేశాంక విధానమును" జొప్పించిన యెడల, మనమిట్లు చెప్పగల స్థితియందుందుము. రైలుపెట్టెతో దృఢానుబంధము కలిగిన, ఒక నిర్దేశాంక విధానమునకు, సాపేక్షముగా, సరళరేఖా మార్గమున రాయి పోవును. కాని భూమితో (రైలుకట్టతో) దృఢానుబంధము కలిగిన ఒక నిర్దేశాంక విధానమునకు సాపేక్షముగా, ఆరాయి పరవలయమును చుట్టును. ఈ ఉదాహరణ సహాయమున వక్రపథము[1] అను నది స్వతంత్రముతో కూడినదికాదు. కాని ఒకానొక సూచిత వస్తువునకు సంబంధించి మాత్రము ఉండునని స్పష్టముగ కనుగొన బడినది.

చలనము యొక్కపూర్తి వివరణము పొందుటకుగాను కాలముతో పాటు, వస్తువు తన ఉనికిని ఎట్లుమార్పులందుకొను చున్నదీ, మనము నిర్ణయింప వలయును అనగా వక్ర పథము నందలి ప్రతి బిందువు యొద్దను వస్తువు ఏకాలమున అక్కడ నెలకొని యున్నదీ, నిర్వచింప బడవలయును. ఈదత్తాంశములు కాలమును నిర్వచించుట వలన పరిపూరింపబడవలయును. ఆ నిర్వచనము ప్రకారము, పరిశీలనకు శక్యము అయిన, పరిమాణములుగ కాల మూల్యములు లెక్కింపవచ్చును. మనము సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రిసీమను నిలకడ స్థానముగ గొనినయెడల మన ఉదాహరణకు వలసిన దానిని, మనము ఈ దిగువ విధమున సమకూర్చ గలుగుదుము. సారూప్యములయిన రెండు గడియారములు కలవని ఊహింతుము అందొకదానిని రైలు పెట్టె యొక్క కిటికీ వద్దనున్న మనిషియూ, రెండవ దానిని కాలిబాటను వచ్చు మనిషియూ పట్టుకొనియున్నారు. చేతపట్టుకొనియున్నగడియా

(1) అనగా, వస్తువు చలించు చున్న వక్రమార్గము.

రముయొక్క "ప్రతి సెకండు శబ్దము"నకు తన సూచిత వస్తువుమీద రాయి ఆక్రమించిన స్థానమును ఆపరిశీలకులు ప్రతియొకరునూ నిశ్చయింతురు. ఈ సందర్భమున కాంతి ప్రసార నియమితగతి, పరిమితి కలిగియుండుట వలన ఏర్పడు వ్యత్యాసములను లెక్కకు గొనలేదు. ఈ చిక్కు, దీనితో జతపడిన రెండవ చిక్కును గూర్చియు, సవిస్తరముగా మున్ముందు వివరింతుము.

# 4

## గెలిలియన్ విధానపు నిర్దేశాంకములు

"జడత్వ సూత్రము" అని తెలియబడిన గెలిలియో న్యూటన్‌ల యాంత్రిక శాస్త్రీయ సూత్రమును సువిదితమైన విధమున ఇట్లు నిర్వ చింపవచ్చును. ఇతర వస్తువులనుండి తగినంత దూరమునకు తొలగింపబడిన వస్తువు నిశ్చలతా స్థితినిగాని, సరళ రేఖామార్గమున, ఏకరీతిగా చలనస్థితిని గాని పొందియుండును. ఈ సూత్రము వస్తువుల చలనము గురించి కొంచె ముగ తెలుపుటయేకాక, యాంత్రిక వివరణములకు ఉపయోగింపబడు, సూచిత వస్తువులను లేక యాంత్రికశాస్త్రి సమ్మతమైన నిర్దేశాంక విధాన ములను గురించి కూడ సూచించును. జడత్వ సూత్రమునకు మిక్కిలి ఉజ్జాయింపున సరిపడు వస్తువులు దృగ్గోచరములగు స్థిరనక్షత్రములు. భూమితో దృఢాను బంధము కలిగినట్టి, నిర్దేశాంక విధానమును మనము ఉపయోగించిన యెడల, అపుడు ఈ విధానమునకు సాపేక్షముగ, సుదీర్ఘ మయిన అర్థ వ్యాసముతో, ప్రతిస్థిర నక్షత్రము ఖగోళ దినప్రయాణములో ఒక వృత్తమును చుట్టును. ఈ ఫలితము జడత్వ సూత్ర నిర్వచనమును ప్రతిఘటించును. ఈ సూత్రమునకే మనము అంటి పెట్టుకొని యుండిన వృత్తాకారమున స్థిరనక్షత్రములు చలించని, ఒక నిర్దేశాంక విధానము నకు సాపేక్షముగా నుండు విధానములతో మాత్రమే ఈ చలనములను మనము సూచింప వలయును. ఒకనిర్దేశాంక విధానమునకు సాపేక్షముగా, జడత్వ సూత్రము సరిపడునట్లు చలనస్థితినున్నచో, ఆనిర్దేశాంక విధానము గెలిలియో నిర్దేశాంక విధానమని పిలువబడును. గెలిలియో, న్యూటనుల యాంత్రిక శాస్త్రినియమములు, గెలిలియన్ విధానపు నిర్దేశాంకములకు మాత్రమే వర్తించునవిగ పరిగణింప బడవలయును

# 5

## సాపేక్షతా సూత్రము

### (పరిమితార్థమున)

సాధ్యమయినంతలో విషయము స్పష్టతమము గావించు నిమిత్తమై, సమ వేగముతో ప్రయాణము చేయుచున్నట్లు అనుకొన్న మన రైలు పెట్టె ఉదాహరణమునకు మరలుదుము. దాని చలనమును మనము ఏక రూపక స్థలాంతర గతి అందుము. [అది ఏకరూపము. అనగా అది ప్రయాణము చేయు దిశయూ, గతివేగము స్థిరములు. అది స్థలాంతరగతి-పలనన రైలు కట్టకు సాపేక్షముగ ఉన్న స్థానము మారిపోవుచున్నప్పటికినీ, అట్లు చేయుటలో అది పరిభ్రమింపదు.] రైలు కట్టనుండి పరిశీలించునపుడు సమ వేగముతో సరళరేఖా మార్గమున ఉండునట్లుగా, గాలిలో ఒక మాల కాకి ఎగురుచున్నట్లు ఊహింతుము. చలనమునందున్న రైలుపెట్టెనుండి ఎగురుచున్న మాలకాకిని, పరిశీలించిన, ఆ మాలకాకియొక్క చలనగతి భిన్నదిశాగతి వేగముల నున్నట్లు కనుగొందము. అయినను అది ఏకరూపున సరళ వేగములో నుండును. సామాన్యాకృతిలో దానిని మన మట్లు నిర్వచించవచ్చును. K నిర్దేశాంకమునకు సంబంధించి 'm' ద్రవ్యరాశి ఏకసమ వేగముతో సరళరేఖా మార్గమున చలించుచున్నయెడల, K కి సంబంధించి ఏకరూపున స్థలాంతరగతి గల చలనముగల మఱియొక నిర్దేశాంకముగ K' నడచుచున్న, రెండవ నిర్దేశాంకమయిన K కు సాపేక్షముగాకూడ, ఆ ద్రవ్యరాశి సమ వేగముతో, సరళరేఖా మార్గమున సాగిపోవుచుండును. గత ప్రకరణము నందలి, చర్చాను గుణ్యముగ, యీ విధముగ దీనిని వ్యక్తపరచవచ్చును.

K అనునది గెలిలియన్ పద్ధతి నిర్దేశాంకమయినయెడల, దానికి సాపేక్షముగ, తదితరమగు, ప్రతియొక్క నిర్దేశాంకము K', స్థలాంతర

గతికమగు ఏకరూపక చలన స్థితినున్నపుడు ఆ K' నిర్దేశాంకము గెలి లియన్ పద్ధతికి చెందిన నిర్దేశాంకమగును. K కి సంబంధించి గెలిలై - న్యూటనుల యాంత్రిక శాస్త్రసూత్రములు వర్తించునట్లుగనే, అవి సాపే క్షముగ K' కు సరిపడును.

ఆ సిద్ధాంతము నిట్లు వెలువరించునపుడు, దానిని సార్వత్రిక మొన రించుటలో యింకొక అడుగు ముందునకు వేయుదుము K కు సాపేక్ష ముగ, పరిభ్రమణగతి లేకుండా ఏకరూపున చలించు నిర్దేశాంకము K' అయిన యెడల K' కు సంబంధించిన స్వాభావిక దృశ్యములు, K కు సంబంధించి, అనుసరించిన సార్వత్రిక సూత్రము లకు కట్టబడియుండును. ఈ నిర్వచనము పరిమితా సాపేక్షత సిద్ధాంత మూల సూత్రముగ పేర్కొనబడు చున్నది.

సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రము వలన, స్వాభావిక దృశ్య ములు సూచింపబడుటకు వీలగునని నమ్మకము చిక్కినంత వరకునూ, సాపే క్షతా సిద్ధాంతముయొక్క వాస్తవికతను సంశయింప వలసిన అవసరము ఉండదు. విద్యుల్గతి శాస్త్రము యొక్కయూ, తేజశ్శాస్త్రము యొక్కయూ, ఇటీవల పురోభివృద్ధిని కాంచిన, భౌతిక దృశ్యములన్నిటి కిని, భౌతిక వివరణములకుగాను, సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రము చాలినంత ఆధార మివ్వదని అంతకంత ఎక్కువగా, స్పష్టమయ్యెను. ఇపుడు సాపేక్షతా మూల సిద్ధాంతము యొక్క సామంజస్యమును గురిం చిన చర్చకు సమయమాసన్న మయ్యెను. ఈ ప్రశ్నకు వ్యతిరేక సమా ధానము వచ్చుట సమంజసము కాదని తోచును.

అయినప్పటికీ, సాపేక్షతా మూల సిద్ధాంతముయొక్క వాస్తవి కతకు అనుకూలముగ, మునుముందుగనే, తెలుపవలసిన రెండు సామాన్య సంగతులు గలవు. భౌతిక దృగ్గోచర విషయములన్నిటికిని, చాలినంత విరివిగా సైద్ధాంతిక వివరణ సదుపాయము, సాంప్రదాయిక యాంత్రిక

శాస్త్రము కలిగించక పోయినప్పటికిని, దానిలో గణనీయమయిన సత్యము కలదని గ్రహించవచ్చును. పలనన, ఖగోళరాసుల చలనములగూర్చి, కచ్చితములైన వివరణములను, ఆశ్చర్యము కలుగచేయునటుల అవి మనకు సమకూర్చెను అందుచేత సాపేక్షతా మూల సిద్ధాంతము, యాంత్రిక శాస్త్రమున, కచ్చితమయిన ఫలితముల నిచ్చుటకు వినియోగ పడవల యును. కాని అంత పెద్దపెట్టున, సార్వత్రికమగు మూల సిద్ధాంతము ఒక దృశ్య మండలమునకు ఖచ్చితమున సరిపడుచూ, మరియొక మండలమునకు సరిపడకున్న, అది సమంజసము కాదేమో అనిపించును.

విషయ వివరణమునకు, ఇటుపిమ్మట మరల రావలసియున్న, రెండవ వాదమును అనుసరింతము. పరిమిత సాపేక్షతా మూల సిద్ధాంతము సరి పడని యెడల, పరస్పరము సాపేక్షముగ ఏకరూపమున చలించుచున్న, K, K', K'',......... ....కాగల గెలిలియన్ నిర్దేశాంక విధానములు, భౌతిక దృగ్గోచర విషయ వివరణములకు, తుల్య ఫలప్రదములు కానేరవు. గెలిలియన్ నిర్దేశాంక విధానములకు సాధ్యమగు వన్నింటియందునూ, ఒకా నొక విశిష్ట చలనస్థితికన్న $K_0$ సూచిత వస్తువుగ, మనము ఎన్నుకొన వలసి యుండుననే షరతుమీద మాత్రము, ఒకానొక విశిష్టమయిన సులభ పద్ధతిని, భౌతిక సూత్రముల సూత్రీకరింపబడ జాలునని నమ్మకమునకు, మనమీ సందర్భమున కట్టువడి యుండవలయును. భౌతిక దృగ్గోచర విషయ వివరణమునకు కలిగిన యోగ్యతల కారణమున, ఈ విధానము కేవలము నిశ్చలతనున్నదనియూ, తక్కిన గెలిలియన్ నిర్దేశాంక విధాన ములు K చలనమున నున్నవనియూ మనము అనుట సమంజసమే అగును. ఉదాహరణకు, మన రైలుకట్ట $K_0$ విధానమున నుండిన యెడల $K_0$ విధా నపు సంబంధముతో కంటెనూ, సులభాతి సులభ తరములగు సూత్రము లకు సరిపడు K విధానము మన రైలుపెట్టెయగును $K_0$ కు సంబంధించి, K విధానపు రైలుపెట్టె (వాస్తవముగా) చలనమున నుండుట ఈ మిత

సౌలభ్యమునకు కారణమై యుండును. K కు సంబంధించి, సూత్రీకరింప బడిన సార్వత్రిక భౌతిక సూత్రములలో, రైలుపెట్టెయొక్క సరళ వేగము (Velocity) సాగుదిశయూ, ప్రముఖపాత్ర వహించును. ఒక పిల్లన గ్రోవి అక్షమురైలు చనుదిశకు లంబముగ నుంచబడినపుడు వెలువడు స్వరము, పిల్లన గ్రోవి ప్రయాణ దిశకు అక్షము సమాంతరముగ నున్న పుడు వెలువడు స్వరమునకు భిన్నముగ నుండునని మనము ఆశింపవచ్చును. సెకనుకు సుమారు 30 కి. మీ. సరళ వేగముతో ప్రయాణము చేయుచున్న రైలు పెట్టెతో సూర్యుని చుట్టియున్న కక్ష్యయందు చలించుచున్న భూమిని పోల్చవచ్చును. సాపేక్షతా సిద్ధాంతమే, అసత్యమయిన యెడల, ఏదో ఒక సమయమున, భూమియొక్క చలనదిశ, భౌతిక సూత్ర పరిధు లలో ప్రవేశించుననియూ, భౌతిక విధానములు తమ ప్రవర్తనయందు, భూమికి సాపేక్షముగా, అంతరాళమున వాటి అభిస్థాపన మీద ఆధారపడి యుండునని మనము ఆసింపదగును. ఒక సంవత్సరములో, మార్గమునందు భూమి పరిభ్రమణగతి వేగము, చనుదిశ, మారెడు కారణమున, సంవత్స రము పొడవునా, పరికల్పిత $K_0$ విధానమునకు సాపేక్షముగా భూమి నిశ్చలత నుండజాలదు. అయినప్పటికి. పార్థివ భౌతికపు అంతరాళమున అట్టి విషమదిశ ధర్మములను (అనగా వివిధ దిశలయందు ధర్మములు అసమ తుల్యతను కలిగియుండుట) అతి జాగ్రత్తతో సల్పిన పరిశీలనలు ఎన్నడున్నూ బయల్పరచలేదు. ఇది సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలమునకు అనుకూలమగు మిక్కిలి బలీయమైన వాదాంశము.

# 6

## సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమున సరళ వేగముల సంకలన సిద్ధాంతము

మన ప్రాత మిత్రుడు, రైలుపెట్టె, స్థిరమైన సరళవేగము "$v$"తో పట్టాలమీదుగా ప్రయాణముచేయుచున్నట్లునూ, ఒకమనిషి, రైలుపోవు దిశాముఖముగా, '$w$' సరళవేగముతో పెట్టె పొడవునా నడచు చున్నట్లునూ అనుకొందము. ఎంత త్వరగా, లేక, ఇంకొకమాటలలో, రైలు కట్టకు సాపేక్షముగా ఎంత సరళవేగముతో-(W)తో-మనిషి నడచును ? అందుకు సరియగు సమాధానము ఈదిగువ సమాలోచనమువలన లభించును. కదలకుండా ఆ మనిషి రైలు పెట్టెలో ఒక సెకను నిలిచిన యెడల, పెట్టె యొక్క సరళ వేగమునకు సమానమగు '$v$' దూరము గుండా రైలు కట్టకు సంబంధించి అతడు పురోగమించ గలుగును. అయినప్పటికీ అతని రైలు పెట్టెకు సంబంధించిన నడక ప్రతిఫలముగా, తన్మూలమున రైలు కట్టకు సంబంధించి సెకనులో 'W' దూరము అదనముగ నడచును. ఇందు 'W'దూరము అతడు నడచుచున్న సరళవేగమునకు సంఖ్యలలో సమానము. ఇట్లు అనుకొనిన సెకనులో రైలు కట్టకు సంబంధించి. $W = v + w$ దూరము మొత్తము మీద కూడదీయును. సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమునందు వినియోగింప బడిన సరళవేగ సంకలన సిద్ధాంతమును తెలియ పరచునట్టి ఈ ఫలితము నిలువ జాలదని మనము తరువాత గమనింతము. అదేవేరు మాటలతో ఇంతకు పూర్వము మనము వ్రాసియుంచిన సూత్రము వాస్తవమునకు సరిపడదు. అయినప్పటికినీ, తాత్కాలికముగ, అది నిర్దుష్టము అని గ్రహింతము.

# 7

# సాపేక్షతా సిద్ధాంతములో స్థూలదృష్ట్యా కాంతి ప్రసారణ నియమము సరిపడకపోవుట

"శూన్య స్థలమున కాంతి ప్రసారితమగును" అన్న సూత్రము కన్న మించిన సామాన్య సూత్రము భౌతిక శాస్త్రిమున మఱియొకటిలేదు. "ఈ ప్రసారము సరళరేఖా మార్గమున C = 3000,000 కి మీ సెకనుకు అయిన సరళవేగముతో పోవును." అను విషయము ప్రతి విద్యార్థికి తెలియును. లేక తెలియునని నమ్మును. ఈ కాంతి సరళ వేగము అన్నిరంగులకును, ఎల్లసంఘటనల యందునూ ఒకటే అని మనకు కచ్చితముగ తెలియును. ఎందు చేతననగా, అటులకాకున్నచో, స్థిర నక్షత్రము తన సామీప్యమున గల నల్లటి వస్తువుచే గ్రహణము చెందునపుడు, అన్ని వర్ణముల ఉద్గమనము గోచరితము కాకుండును. జంట నక్షత్రముల ఆధారముగ గొని పరిశీలన సాగించిన, శాస్త్రీయ సమాలోచన మూలమున డి సిట్టర్ అను ఖగోళవేత్త కాంతి ఉద్గమన మొనర్చు వస్తువు చలన గతి వేగముమీద, కాంతి ప్రసార సరళ వేగము, ఆధారపడదని చూపించ గలిగెను. స్థలములోని దిశమీద ప్రసార సరళవేగము ఆధారపడియున్నది అను కల్పనయే అసంభవము.

మాట వరుసకు, శూన్యమున కాంతి సరళవేగము 'c' స్థిరము అను సామాన్య సూత్రమును విద్యార్థి విశ్వసించుట సమర్థింప తగినదే అని కొందము. అంతర్దృష్టాలోచన గల భౌతిక శాస్త్రివేత్తము, ఈ సామాన్య సూత్రము వైజ్ఞానిక క్లిష్ట పరిస్థితుల ముంచునని ఎవ్వరూహింతురు? ఆక్లిష్ట పరిస్థితులు ఎట్లు ఏర్పడినది గమనింతము.

కాంతి ప్రసార క్రమమును (తదితరమగు క్రమములవలె) ఒక దృఢమైన వస్తువునకు లేక నిర్దేశాంక విధానమునకు, అను సంబంధించి గమనించ

వలెను. రైలు కట్టను అటువంటి విధానముగ ఎన్నుకొందము. దానిపై భాగమునగల గాలిని తీసివేయబడినట్లు ఊహింతము. రైలు కట్టమీదుగా ప్రసరింప చేయబడిన కిరణము, రైలుకట్టకు సాపేక్షమున '$c$' సరళ వేగముతో పోవునని, మనము మీది విషయమునుండి గమనింతుము కాంతి కిరణము పోవు దిక్కునసే, అంతకుమించిన తక్కువ వేగము '$v$'తో, మరల మన రైలుపెట్టె పట్టాలమీదుగా ప్రయాణము చేయుచున్నదను కొందము. రైలుపెట్టెకు సాపేక్షముగ కాంతి కిరణ ప్రసారణ సరళవేగము గూర్చి జిజ్ఞాస గావింతము. సాపేక్షముగ బడిపోవుచున్న మనిషియొక్క పాత్రను కాంతి కిరణము వహించుచున్నది కనుక గత ప్రకరణమునందలి ఫలితాంశమును ఈ విషయమునకు అనువర్తింపజేయునగునని స్పష్టపడును. రైలు కట్టకు సాపేక్షముగ మనిషియొక్క '$w$' సరళవేగము స్థానే, రైలుకట్టకు సాపేక్షముగ కాంతి సరళవేగము ఇక్కడ ప్రతిక్షేపింపబడినది. రైలుపెట్టెకు సంబంధించిన '$w$' కాంతి సరళవేగము మనకు కావలయును. ఫలితము $w = c - v$ అను సమీకరణము వలన మనకు తెలియును. ఈ విధముగ రైలుపెట్టెకు సాపేక్షముగ, కాంతి కిరణ ప్రసారణ సరళవేగము '$c$' కన్న తక్కువ వచ్చును.

కాని ఈ ఫలితము, అయిదవ ప్రకరణమునందు, ఉదహరించిన సాపేక్షతామూల సిద్ధాంతముతో వివాదమునుగాని తెచ్చును. పలనన, ప్రతి భౌతిక సామాన్య సూత్రము వలెనే, సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము, శూన్యమున కాంతి ప్రసారణ సరళవేగము, సూచిత వస్తువు రైలుపెట్టె అయిననూ, రైలుకట్ట అయినను ఒకటే అయి యుండవలయును. కాని, పై విచారణ ఫలితాంశమునుండి, ఇది అసాధ్యముగ కనిపించును. '$c$' సరళ వేగముతో, రైలుకట్టకు సాపేక్షముగ, ప్రతి కాంతి కిరణము ప్రసరింప చేయబడిన యెడల, ఈ కారణము వలన, రైలుపెట్టెకు సంబంధించి వేరే సూత్రము బద్ధ మొనర్పవలసి యుండునట్లు కనిపించును. ఈ ఫలితము సాపేక్షతా మూల సిద్ధాంతమునకు వ్యతిరేకము.

ఈ సంధిగ్ధస్థితిని, అవలోకించిన, అటు సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునో, ఇటు శూన్యమున, కాంతి ప్రసారణకు సంబంధించిన సులభ సూత్రమునో, విడనాడుటకన్న గత్యంతరము లేనట్లు కనిపించును. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము సహజము, సులభ ప్రాయము, కనుక, బుద్ధికి విశ్వసనీయముగ తోపించును. అందుచే, పూర్వపు చర్చలను శ్రద్ధగ అనుగమించుచూ, వచ్చుచున్నట్టి మీరు, ఇంచు మించు తప్పక, సాపేక్షతా సిద్ధాంతమును నిలబెట్టచూతురు. అప్పుడు, శూన్యమున కాంతి ప్రసారణ సూత్రముస్థానే, సాపేక్షతా మూల సిద్ధాంతమునకు అంటియుండు క్లిష్టతర సూత్రము ప్రతిష్టింప బడవలసి వచ్చును. అయినప్పటికి సైద్ధాంతిక భౌతిక శాస్త్రవికాశము ఈ పద్ధతి అనుసరణీయము కాదని చూపించును. చలన వస్తువులకు సంబంధించిన, విద్యుత్ గతిశాస్త్రపు తేజో శాస్త్రపు, దృగ్విషయములమీద, హెచ్.ఎ. లారెన్‌ట్‌జ్, సాగించిన యుగనిర్మాణాత్మక ములయిన, సైద్ధాంతికాన్వేషణలు "శూన్యమున కాంతి సరళవేగ స్థిరతానియమము ఫలితాంశముగ నుండిన విద్యుదయస్కాంత సిద్ధాంతమునకు ఆవశ్యకమని త్రోవచూపినవి. సాపేక్షతామూల సిద్ధాంతమునకు వ్యతిరేకమైన అనుభవ పూర్వక దత్తాంశము వాస్తవముగా కానరానప్పటికినీ, సాపేక్షతామూల సిద్ధాంతమును త్రోసిపుచ్చుటను, ప్రముఖ సైద్ధాంతిక భౌతిక శాస్త్రవేత్తలు మొగ్గుదల చూపిరి.

ఇట్టి క్లిష్ట సమయమున సాపేక్షతా సిద్ధాంతము రంగమున ప్రవేశించెను. కాలము, స్థలము, గురించిన భౌతిక భావనా విశ్లేషణ ఫలితాంశము అనుసరించి సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు, కాంతి ప్రసారణ సూత్రమునకు నడుమ, అసందిగ్ధత, వాస్తవముగ, ఈ షణ్మాత్రమూ లేదనియూ, ఈ ఉభయ సూత్రములను సక్రమ పద్ధతిని దృఢముగ బద్ధముచేసి, తార్కికాను గుణ్యమయిన సిద్ధాంతమును సృజింపవచ్చునని స్పష్టమయ్యెను. మును ముందు వ్యవహరింపబోవునట్టి సార్వత్రిక సిద్ధాంతము నుండి వేరుగా దీనిని

గుర్తించుటకుగాను, ఈ సిద్ధాంతము సాపేక్షతా సిద్ధాంతమని పేర్కొన బడినది.

ఈ దిగువ పుటలలో, విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క ప్రధానాభిప్రాయములను వెలిబుత్తుము

# 8

## భౌతిక శాస్త్రమున "కాలము" యొక్క భావన

రైలుకట్టమీద, పరస్పరము చాల దూరముననున్న A, B అను రెండు స్థలముల దగ్గర, రైలుపట్టాలపయి మెఱుపు మెరసెను. ఆ మెఱుపు యొక్క మిలమిలలు "రెండు స్థలములయొద్ద ఒకే కాలమున మెరసెను", (యుగపత్ కాలికములు) అని చేర్చి దానికి ప్రవచనము చేతును. "ఈ ప్రవచనమున ఏమయిన భావమున్నదా" అని మిమ్ము అడిగిన యెడల, నిశ్చయముగ "ఉన్నదని" నా ప్రశ్నకు మీరు సమాధాన మొసగుదురు. కాని "ఆ ప్రవచన భావమును, సూటిగా విడమరచి చెప్పుడు" అని వినతతో మిమ్ము కోరిన యెడల ఈ ప్రశ్నకు ఉత్తరము, కొంచెము నిదానించిన పిమ్మట, ఇది మొదటి చూపున కనబడినంత సులభమైనది కాదని మీరు కనుగొందురు.

బహుశా, కొంత సేపయిన తరువాత, యీ దిగువ సమాధానము మీకు స్ఫురించవచ్చును. "ప్రవచన ప్రాముఖ్యత స్పష్టము. మరింత అర్థ వివరణము అవసరము. కాని ఈ రెండు సంఘటనలు వాస్తవిక సందర్భమున యుగపత్ కాలమున జరుగునా? లేదా? అని పరిశీలనా పూర్వకముగ నిశ్చయింపుడని నన్ను వినియోగించిన యెడల,కొంచెము సమాలోచనము కావలయును". ఈ దిగువ కారణమున పైసమాధానముతో తృప్తిపడజాలను. నిపుణుడైన వాతావరణ శాస్త్రిజ్ఞుడు, ఎవరయిననూ, తన కుశాగ్రబుద్ధికి ఫలితముగా, A,B స్థలములందు 'యుగపత్ కాలమున' మెఱుపు మెఱయగలదు అని కనుగొనినట్లు ఊహించిన యెడల, ఆ సిద్ధాంత ఫలితము, వాస్తవమునకు, అనుగుణ్యాముగ ఉన్నదా? లేదా? అని పరీక్షింపవలసిన మహాత్కార్యము నెదుర్కొనవలసి యుండును. "యుగపత్" భావన పాత్రవహించు ఎల్ల భౌతిక ప్రవచనములందుననూ ఈ చిక్కు-

మనకు ఎదురగును. 'ఔనూ' 'కాదూ' ఇద మిత్థము పూర్తిగ తేల్చు పరిశోధనను అవకాశము లభ్యమగునంత వరకు, భౌతిక శాస్త్రవేత్తకు ఆ భావన స్థితముకాదు. ప్రస్తుతపు సందర్భమున, మెఱుపు యొక్క రెండు మిలమిలలూ యుగపత్ కాలమున తటస్థించినదీ, లేనిదీ ప్రయోగ పూర్వకముగ, అతడు నిశ్చయింప గలుగునట్టి విధానమున "యుగవత్ నిర్వచనమ్ము" సమకూర్పగలుగునట్లు నిర్వచనము కావలయును. ఆ కల్పింపబడిన సదుపాయము సంతృప్తికరముగా లేనంత వఱకునూ "యుగవత్" ప్రవచనమునకు అర్థమేదో అంటగట్ట గలిగితినని నేను ఊహించినయెడల, భౌతిక శాస్త్రవేత్తగా నన్ను నేను మోసగించుకొనుటకు పాల్పడిన వాడనగుదును [నేను భౌతిక శాస్త్రవేత్తను కానప్పటికిని అనూత్రము అవశ్యము వర్తించును]. [ఈ విషయమై పూర్తిగా నమ్మకము చిక్కించుకొను వఱకున్నూ, ముందునకు సాగవలదని పాఠకునకు తెలుపుదును.]

ఈ విషయముమీద, కొంత సేపు విచారణ చేసిన పిమ్మట, "యుగపత్" శోధించుటకుగాను, ఈ దిగువ సూచనము మీరు అందీయుదురు. రైలు పట్టాల వెంబడి కొలుచుచూ, A,Bలను కలుపు రేఖ పొడవును కొలవవచ్చును. A,B దూరపు మధ్య బిందువువద్ద ఒక పరిశీలకుని నిలుపవగును. ఒకేకాలమున A,B రెండు స్థలములను కన్నార పరిశీలించుటకు అనువైన సన్నాహమును (ఉదాహరణ- 90° కోణముతో గూడిన రెండు దర్పణములు) పరిశీలకుని చేతికియవలెను. మెఱుపుయొక్క రెండు మిలమిలలను పరిశీలకుడు ఒకే కాలమున చూడగలిగిన యెడల అప్పుడవి "యుగపత్" స్థితములు.

ఈ సూచన సంతోషజనకమే. కాని విషయము పూర్తిగ వ్యక్తపడినదని నేను పరిగణింపజాలను. ఫలనన, ఈ దిగువ అభ్యంతరము లేవదీయవలసి వచ్చినది. "B⟶M మీదుగా చను సరళవేగముతో A⟶M పొడవుననూ కాంతి ప్రయాణము చేయునని M యొద్దనున్న పరిశీలకుడు

చూడగలుగు విధానము నేను తెలిసికోగలిగినపుడే మీ నిర్వచనము తప్ప కుండా సరియైనది అగును. కాని కాలమును కొలువనగు సాధనము, ఇంతకుముందే మన ఆధీనమున నున్నపుడే ఈ పరి కల్పన పరీక్ష సాధ్య మగును. ఇందు ఏదో ఒక తర్క వృత్తములో మనము పరిభ్రమించు చున్నట్లు కనిపించును. మరింత సమాలోచన సాగించిన పిదప, అదో విధ మైన తిరస్కార వీక్షణములు[న్యాయసమ్మతమే] నాపయి ప్రసరింతురు. ఇట్లు ప్రకటింతురు. "అయినప్పటికి నేను నాపూర్వ నిర్వచనము నే నిలుపు దును. ఏలనన, వాస్తవమున కాంతినిగూర్చి అది అంతగ పట్టించుకొనదు. "యుగపత్" నిర్వచనము గూర్చిచేయ వలసినదీ, అనుగవలసినదీ ఒక్కటి మాత్రమే ఉన్నది. అనగా, నిర్వచింపవలసియున్న భావను పూర్తిగా వివరింపబడినదా లేదాఅను విషయమునకు, సంబంధించిన నిర్ణయము, ప్రతి వాస్తవిక విషయ సందర్భముననూ అది సమకూర్చ వలయును. అడిగిన దానికి ,నేనిచ్చిన నిర్వచనమునకు సరిపోవుట నిర్వివాదము. B⟶M మార్గమున ప్రయాణము చేయుటకు పట్టు కాలమే A⟶M మార్గమున ప్రయాణము చేయుటకున్న కాంతికి కావలయును. అనునది "యుగపత్" నిర్వచనము సంతరించుట కయిన నాకల్పనము. అంతకు మించి వాస్తవ మున కదికాంతియొక్క భౌతిక స్వభావము ఒక ఊహాయూ కాదు. పరి కల్పనా కాదు.

ఒక్క రెండు సంఘటనలకు మాత్రమే కాకుండా, సూచిత వస్తువు నకు (ఇక్కడ రైలుకట్టకు) సంబంధించి స్వతంత్రములగు దృశ్యసాధనములు కల కోరుకొనినన్ని సంఘటనలకు సరియైన అర్థము నొసగుటకయి ఈ నిర్వచనము ఉపయోగింప నగునను విషయము స్పష్టమగును[1]. ఈ విధ

---

(1) 'A' సంఘటనకు 'B' సంఘటనయూ, 'B' సంఘటనకు 'C' సంఘట నయూ యుగపత్ కాలికములు (యుగపత్ నిర్వచన భావమున) అగునటుల వేర్వేరు స్థలములందు, A.B.C అనుమూడు సంఘటనలు సంభవించినపుడు, AC అను సంఘటనల జంటకు కూడా "యుగపత్" లక్షణము సరిపోవుననియూ మనము ఊహింతుము. ఇట్లనుకొనుట కాంతి ప్రసారణ సూత్రము గూర్చిన ఒక భౌతిక పరికల్పనము శూన్యమున కాంతి సరళవేగ స్థిరత్వ సూత్రము నిలబెట్ట వలెనన్న. అది (ఆపరికల్పనము) కూడా అవశ్యమూ, పూర్తిగా నెరవేర్పబడ వలెను.

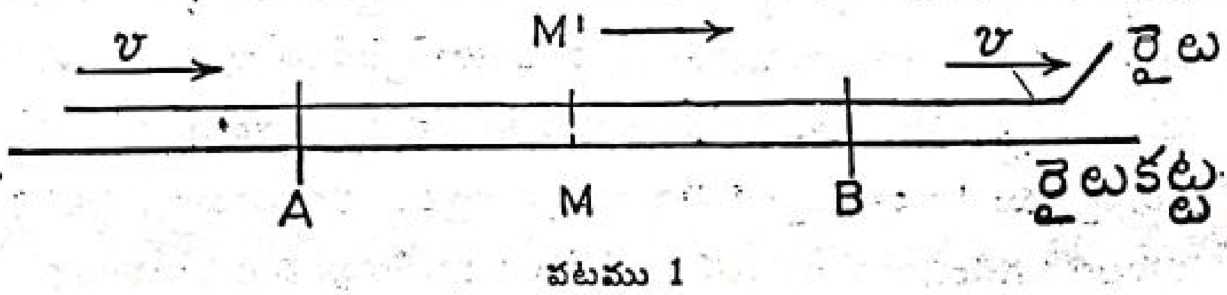
ముగ మనము భౌతిక శాస్త్రమున "కాలము" యొక్క నిర్వచనమునకు కూడా తీసికొని పోబడుదుము.

ఈపనికిగాను, రైలుమార్గమున (నిర్దేశాంక విధానము) A,B,C, బిందువులయొద్ద సర్వసామాన్య నిర్మితిగల మూడు గడియారములు ఉంచ బడినవనియూ, వాటియొక్క ముళ్ళు (సూచికలు) పై భావములో యుగ పత్ కాలము సూచించు స్థానముల నుండునట్లుగనూ ఊహింతము. ఈ పరిస్థితుల యందున, ఆ గడియారములలో, ఆ సంఘటన జరిగిన (స్థలమున) తావునకు అత్యంత సన్నిహితమై యున్నగడియారము సూచించు అంక ప్రమాణము. (ముండ్లయొక్క ఉనికి) ఒక సంఘటనయొక్క కాలమగునని మనకు బోధపడును. ముఖ్యముగా పరిశీలనకు సాధ్యమయిన ప్రతి సంఘ టనతో ఈవిధముగా కాలమునకు విలువ జతకూర్చబడినది కాదని. అనుభ వైక సాఖ్యములేకుండా, ప్రామాణ్యము గురించి సందేహింపరాని భౌతిక పరికల్పనము కూడా ఒప్పందమున కలిగియున్నది. సర్వసామ్య నిర్మితిగల వనుటలో గడియారములన్నియు ఒకేరేటున పనిచేయునని ఊహింపబడినది. ఇంకనూ కచ్చితముగ తెలుపవలెననిన, ఒక సూచిత వస్తువునకు భిన్న భిన్న స్థలములందు నిశ్చలత నమర్చబడిన రెండు గడియారములలో, ఒక గడి యారము ముండ్లుఉన్న స్థానమునకు సరిగా అదే స్థానమున మరియొక గడి యారము ముండ్లు "యుగపత్" కాలికములుగ (పూర్వోక్త భావమున) ఉండునట్లు స్థిర పఱచినపుడు, సర్వసామ్య 'నిలుపుటలు' సదా యుగపత్ కాలికములయి యుండును. (పై నిర్వచన భావమున)

# 9

## యుగపత్ సాపేక్షత

ఇంతవఱకునూ, మన సమాలోచనలను, ఏదోయొక సూచిత వస్తువునకు గాను, రైలుకట్ట అను నామ విలాసమును నిర్దేశించితిమి 'v' స్థిర సరళ వేగమున, 1వ పటమున సూచింపబడిన దిక్కుగా, రైలు పట్టాలమీదుగా చాలా పొడవైన రైలు ప్రయాణము చేయుచున్నదనుకొందము. రైలులో ప్రయాణము చేయుచున్న జనము తమ సదుపా




పటము 1

యమునకయి, ఒక దృఢమైన సూచత వస్తువుగ (నిర్దేశాంక విధానము) రైలును ఉపయోగించుకొనవచ్చును. రైలునుద్దేశించి, ఎల్ల సంఘటనలను వారు గుర్తింతురు. అప్పుడు రైలు మార్గమున తటస్థించు, ప్రతి సంఘటనయూ, రైలునందొక యేదో బిందువు యొద్ద సంఘటిల్లును. రైలుకట్టకు సంబంధించిన విధముగనే, యుగపత్ నిర్వచనము రైలునకు సాపేక్షించి ఈయవచ్చును. అయిననూ, ఏతత్ ఫలితముగ, ఈ దిగువ ప్రశ్న సహజముగ ఉదయించును.

రైలుకట్టకు, నిర్దేశితములూ, యుగపత్ కాలికములు అగు రెండు సంఘటనలు (ఉదహరింపబడిన A, B, ల యొద్ద మెఱుపు మిలమిలలు) రైలునకు సాపేక్షించి కూడా యుగపత్ కాలికములగునా? సమాధానము "కాదు" అని ఉండవలెనని మనము ఋజువు చేతుము.

రైలుకట్టకు సంబంధించి, A, B, మెఱుపుల మిలమిలలు 'యౌగపత్తు'లని మనము చెప్పుటలో మనయొక్క భావమిది. మెఱుపు తటస్థించునట్టి A, B, స్థలములయొద్ద ఉద్గమనమయిన కాంతి కిరణములు రైలుకట్టయొక్క పొడవు A—Bనకు మధ్య బిందువైన M వద్ద పరస్పరము కలియును. ప్రయాణము చేయుచున్న రైలున A—B దూరముయొక్క మధ్య బిందువు M' అనుకొందుము. మెఱపు మిలమిలలు సంభవించిన[1] అదే సమయమునకు సరిగా ఈ M' బిందువు సహజముగ M బిందువుతో ఏకీభవించును కాని, అది, రైలుయొక్క 'v' సరళ వేగముతో, రేఖా చిత్రమున, కుడి వైపునకు సాగిపోవును. రైలులో M' స్థానమున కూర్చుండియున్న పరిశీలకుడు, ఆ సరళ వేగమును కలిగి యుండకుండిన యెడల, అప్పుడతడు శాశ్వతముగా M యొద్దనే యుండియుండును. A, B ల యొద్ద మెఱుపు మిలమిలలనుండి ఉద్గమనమగు కాంతికిరణములు సరిగా ఒకే సమయమున అతనిని చేరియుండును. అనగా, సరిగా, అతడు నెలకొనియున్న స్థలముననే అవి కలసికొనియుండును. ఇక, ఇప్పుడు వాస్తవమున (రైలుకట్టకు సంబంధించి ఆలోచించిన) అతడు B నుండి వచ్చుచున్న కిరణ పుంజము వైపునకు త్వరితముగా నడకలు సాగించుచు, A నుండి వెలువడు కిరణ పుంజమును అతిక్రమించుచున్నాడు. కావున A నుండి వెలువడు కిరణపుంజము కంటె, B నుండి వెలువడు కిరణ పుంజమును పరిశీలకుడు మునుముందుగనే చూచును. రైలును తమ సూచిత వస్తువుగ గ్రహించిన పరిశీలకులు A మెఱుపు, మిలకన్న, B యొద్ద సంభవించిన మెఱుపుమిల ముందుగ తటస్థించినదను సారాంశమునకు వత్తురు. ఈ విధముగ మనము ఒక ముఖ్య ఫలితార్థమునకు వత్తుము.

రైలుకట్టకు నిర్దేశితములు, యుగపత్కాలికములయిన సంగతులు, విపర్యయమున, రైలునకు సంబంధించి, యుగపత్కాలికములు (యుగపత్

(1) రైలు కట్టనుండి నిర్ణయించునపుడు.

సాపేక్షత) కావు. ప్రతియొక్క సూచిత వస్తువు(నిర్దేశాంక విధానము), దాని కనువగు విశిష్ట కాలమును కలిగియున్నది. "కాలము"ను సూచిత వస్తువునకు సంబంధించి నిర్వచించినపుడే తప్ప, మిగిలిన సమయములందు సంఘటనయొక్క కాల నిర్వచనము అర్థరహితమగును.

మరి ప్రస్తుతము, సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ప్రవేశించకముందు "కాలము'' నిర్వచనము తర్కవితర్కములకు గురిచేయబడక అంగీకృత మాయెను. అనగా ''సూచిత వస్తువుయొక్క చలనస్థితికి సంబంధము లేకుండ, స్వతంత్రముగ నుండెను" అని భౌతిక శాస్త్రమున ప్రత్యేకించి ఊహించబడినది. కాని అతి సహజమయిన ''యోగపత్తు" నిర్వచనముతో, యీ ఊహ అసంగతముగ నుండుట మనమిపుడు గమనించితిమి. మన మీ భావనను త్రోసిపుచ్చినయెడల, శూన్యమున కాంతి ప్రసారణ సూత్రమునకును, సాపేక్షతామూల సిద్ధాంతమునకును, మధ్యనున్న (7వ ప్రకరణమున విపులీకరించిన) విభిన్నత సమసిపోవును

ఆరవ ప్రకరణమునందలి సమాలోచనల మూలమున యిప్పుడిక విలువజాలని, ఆ వివాదమునకు లాగబడితిమి. రైలుపెట్టెకు, సాపేక్షించి సెకనుకు 'w' దూరమున పోవునట్టి పెట్టెలోని మనుష్యుడు, రైలుకట్టకు సంబంధించి ప్రతి సెకను కాలమునకు అంతయే దూరమునకు అతిక్రమించును, అని ఆ ప్రకరణమున పర్యవసానముగ తేల్చితిమి. కాని, రైలు పెట్టెకు సంబంధించి, ఒకానొక సంఘటనకు పట్టుకాలము, రైలుకట్ట నుండి (సూచిత వస్తువుగ) నిర్ణయించునపుడు, అదే సంఘటనకు పట్టు కాలమునకు సమానముగా నుండునని గడచిన సమాలోచనలను, అనుసరించి ఊహింపతగము. కనుక రైలుకట్టనుండి నిర్ణయించునపుడు, ఒక సెకనుకు సమానమైనటువంటి కాలములో, రైలుమార్గమును సాపేక్షించి, 'w' దూరమును మనిషి అధిగమించునని వివరించలేము.

మరియు, ఆరవ ప్రకరణమునందలి సమాలోచనలు, సాపేక్షతా సిద్ధాంత పరిచయమునకు పూర్వమే రూపొంది, తీవ్రముగ ఆలోచించిన హేతుబద్ధము కాని మరొక భావనపై ఆధారపడియున్నవి.

# 10

## దూరభావ సాపేక్షతా విషయము

'$v$' సరళ వేగముతో రైలుకట్ట వెంబడి ప్రయాణము చేయు రైలున ఏవేని రెండు బిందువుల[1] ను గూర్చి సమాలోచింతము. ఆ బిందువులు విడి వడి యుండిన దూరముగూర్చి ప్రశ్నింతము. దూరము కొలుచుటకు గాను, ఏ వస్తువునుండి దూరము కొలువ వలసి యున్నదో, తెలియుటకు సూచిత వస్తువు ఒకటి కావలయునన్నది లోగడ మనకు తెలిసినదే. రైలునే ఒక సూచిత వస్తువుగ (నిర్దేశాంక విధానము) వినియోగించు కొనుట సులభతరమైన యుక్తి. గుర్తిడు కొనిన ఒక బిందువునుండి మరియొక బిందువును చేరుటకు, వలసినన్ని సారులు కొలతబద్దను సరళ రేఖా మార్గమున గుర్తించుకొనుచూ, బిందువులమధ్య దూరమును రైలు బండిలో నుండిన పరిశీలకుడు కొలుచుచున్నాడు. కొలతబద్దను నేలపై నానించిన తడవుల సంఖ్య వలసిన దూరమగును.

దూరము రైలు పట్టానుండి నిర్ణయింప వలసి వచ్చినప్పటి సంగతి వేరని, ఈ దిగువ విధానములోపించును. రైలున మధ్యదూరము కావలసిన రెండు బిందువులను A′,B′అని వ్యవహరించిన యెడల, ఈ బిందువులు రైలు కట్టమీదుగా '$v$' సరళవేగముతో అపుడు చలించుచుండును. రైలు కట్టనుండి నిర్ణయించు '$t$' అను ఒకానొక కాలమున A′,B′ అను రెండు బిందువుల వలన సరిగా అప్పటి కప్పుడు దాటిపోయినటువంటి, రైలు కట్ట మీద నున్న A,B బిందువులను ముందుగా మనము నిశ్చయింప వలసి యుండును. రైలుకట్టమీద నున్న A,B అను ఈరెండు బిందువులను. 8వ ప్రకరణమున ఈయబడిన కాల నిర్వచనమును ఉపయోగించి నిశ్చితము

---

(1) ఉదాహరణకు మొదటి పెట్టె మధ్యనుండి ఇరువదవ పెట్టె మధ్యవరకు

గావింప వచ్చును. రైలుకట్టమీదుగా కొలతబద్దను తిరిగి, తిరిగి ఉపయోగించుట వలన, A,B అను రెండు బిందువుల మధ్య గల దూరము అప్పుడు కొలవబడును.

ఈతుదికొలమానము, సరిగా మొదటి కొలమాన ఫలితమునే ఇచ్చునని ఏ విధముగను రూఢి కానేరదు. ఈ విధమున రైలులోనుండి కొలచుట వలన వచ్చిన రైలు పొడవునకు, రైలుకట్టనుండి కొలవబడిన రైలుపొడవు తేడాగానుండును. ఆరవ ప్రకరణమున. స్పష్టమని తోచు సమాలోచనలకు వ్యతిరేకముగా లేవదీయ బడవలసిన రెండవ అభ్యంతరమునకు, ఈ పరిస్థితి మనలను కొనిపోవును. అనగా, రైలునుండి కొలిచిన, రైలుపెట్టెలో నున్న మనిషి ఒక కాల ప్రమాణమున '$w$' దూరమునుకూడ దీసిన యెడల, రైలుకట్టనుండి కొలచిన '$w$' దూరమునకు సమానముగ నుండ వలసిన అగత్యము లేదు.

# 11

## లారెన్ట్జ్ రూపాంతరము

సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రిమునుండి, ఋజువు చేయరాని రెండు పరికల్పనలను, ఎఱువు తీసికొని సాగించిన సమాలోచనలమూలమున సాపేక్షతా మూలసిద్ధాంతముతో(7వ ప్రకరణము)పొసగనట్లు కన్పించు కాంతి ప్రసారణ సూత్రము ఉత్పాదింప బడినదని గతమూడు ప్రకరణముల ఫలితములు చూపించును ఆ పరికల్పనలు ఈ దిగవ కననగును.

(1) రెండు సంఘటనల మధ్యగల కాలాంతరము, సూచిత వస్తువు యొక్క చలన స్థితిమీద ఆధారపడి యుండక స్వతంత్రముగ నున్నది.

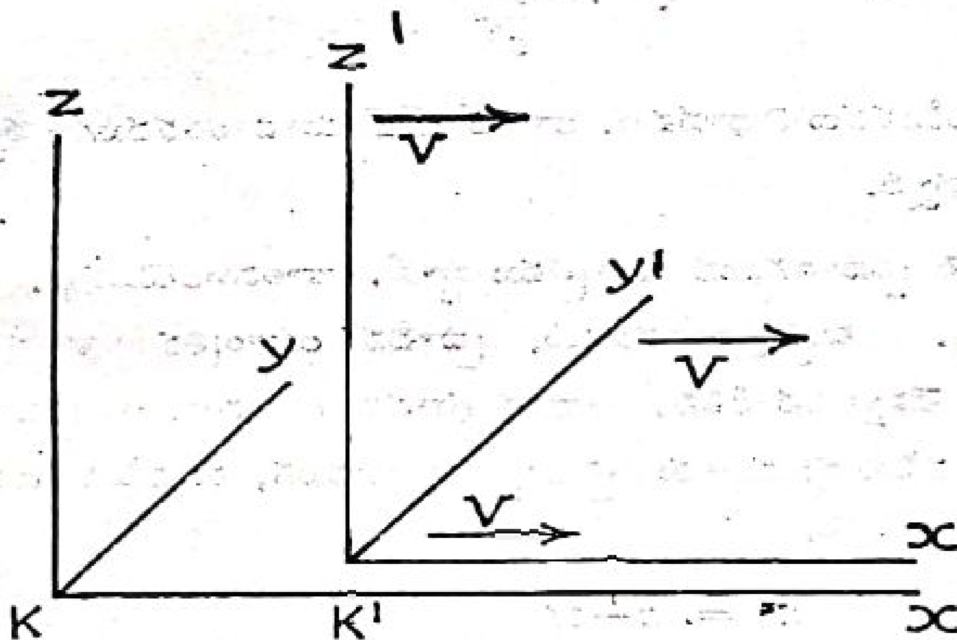
(2) ఒక దృఢమైన వస్తువుయొక్క రెండు బిందువుల మధ్యగల స్థలాంతరము (దూరము)సూచిత వస్తువుయొక్క చలన పరిస్థితిమీద ఆధారపడక స్వతంత్రముగనున్నది. ఈ పరికల్పలనను విడనాడిన, 7వ ప్రకరణము నందలి సంశయిత మాయమగును; ఎందుచేత ననగా 6వ ప్రకరణము నందలి సరళవేగ సంకలన సిద్ధాంతము చెల్లుబడి కానిదగును. కనుక శూన్యమున కాంతి ప్రసారణ సూత్రము, సాపేక్షతా మూలసిద్ధాంతముతో సంగతము కావచ్చునని అందలి సాధ్యత వెలువరించును. అప్పుడు అనుభవ గతము లగు ఈ రెండు ముఖ్యఫలితముల మధ్యనూ, గల విభిన్నతను; తొలగించు నిమిత్తమై 6వ ప్రకరణమునందలి సమాలోచనలను మనమెట్లు సరిదిద్దు కొనవలెను? అను ప్రశ్న ఉదయించును. ఈ ప్రశ్న సార్వత్రికమగు ప్రశ్నకు అవకాశమిచ్చును. 6వ ప్రకరణమున చర్చలో, రైలునకును, రైలుకట్టకునూ, (రెండిటికిని) సంబంధించిన, స్థల, కాలములలో సమాలోచనమును చేసితిమి. రైలు కట్టకు సంబంధించి ఒక సంఘటనయొక్క స్థలకాలములు, మనకు తెలిసినపుడు, రైలునకు సంబంధించి ఆ సంఘటనయొక్క స్థలకాల

ముల నెట్లు కనుగొందుము? శూన్యమున, కాంతి ప్రసారణ సూత్రమే, సాపేక్షతా మూలసిద్ధాంతముతో విరోధించని సమాధానము ఈ ప్రశ్నకు కలదా? అనగా రైలుకట్టకు సంబంధించియూ, రైలునకు సంబంధించియూ, ప్రతి కాంతి'రణ ప్రసారణ సరళ వేగము '$c$' కలిగియుండునట్లుగ, సూచిత వస్తువుల రెండింటికి, సంబంధించిన, ప్రత్యేకములగు సంఘటనలయొక్క స్థల కాలములమధ్య సంబంధమును మనము ఊహించగలమా? ఈ ప్రశ్నకు సంపూర్ణముగా నిశ్చితమైన "ఔను" అను సమాధానమునకు మార్గము కల్పించును ఒక సూచిత వస్తువునుండి, ఇంకొక సూచిత వస్తువునకు, మారుచున్నపుడు, స్థలకాల పరిమాణములకు, నిర్దుష్టమైన నిశ్చితమగు రూపాంతర సూత్రమునకు త్రోవలు కల్పించును.

ఈ సమాలోచనకు ముందుగా, యీదిగువ సంభవనీయమయిన సమాలోచనను అందింతుము. గణితశాస్త్ర సాంప్రదాయాను సారము, సరళ రేఖా ప్రవర్తన ను, ఆధారముగా గొని, రైలు కట్టవెంబడి జరుగు చున్న ఆ సంఘటనలను గూర్చి మనమింత వరకునూ సమాలోచించి యుంటిమి. రెండవ ప్రకరణము నందు సూచింపబడిన ప్రకారము, సూచిత వస్తువుగ కర్రల చట్రమును గ్రహించి దాని సహాయముతో, ఎక్కడ జరిగిన సంఘటన నయిననూ, స్థాన నియమితము గావించవచ్చును. ఈ చట్రము ఊర్ధ్వమునకును, ఇరు పార్శ్వములకును వ్యాప్తిచెందినదిగ ఊహించ వచ్చును. ఇదే విధముగా, ఎంత దూరమున నయిననూ జరిగిన సంఘటనను స్థాన నియమితము గావించుటకు, వీలుగా, అంతరాళమున '$v$' సరళ వేగముతో పోవుచున్న రైలు బండిని, రెండవ చట్రముగ, మనమూహింప వచ్చును. గణనీయమగు పొరబాటునకు గురికాకుండా ఘనపదార ముల యొక్క గమన నిరోధక శీలతను బట్టి వాస్తవమున ఈ చట్రములు పరస్పర మొకదానితో నొకటి ఎడతెగకుండా జోక్యము కలిగించుకొనుచున్న, విషయ మును, మనము త్రోసివేయ వచ్చును. అటువంటి ప్రతి చట్రమును, ఒక దానికొకటి లంబముగ, మూడుతలముల గుర్తింపబడి, నిర్దేశాంక తలముల

(నిర్దేశాంక విధానము) అని వ్యవహరింపబడు దానినిగ మనము ఊహించ వచ్చును. అప్పుడు K నిర్దేశాంక విధానము రైలుకట్టకును, K′ నిర్దే శాంక విధానము రైలుబండికిని సరి పోల్చవచ్చును.

ఎక్కడ జరిగిన సంఘటన నయిననూ, నిర్దేశాంక తలములమీద *x*, *y*, *z* లంబముల మూలముననూ కాలమునకు సంబంధించిన, *t* కాల విలువ మూలమున అంతరాళమందు. K విధానమున స్థిరీకృత మొనరింపబడును. *x*, *y*, *z*, *t* లకు సర్వసమానములు గాని, *x*′, *y*′, *z*′, *t*′, అనబడు స్థలకాల ముల అనుప క్తములయిన విలువల సహాయముగాని, K′ విధానమున అదే సంఘటనను స్థిరీకృత మొనరింపవచ్చును. ఈ పరిమాణములను భౌతిక మాపక ఫలితములుగ, ఎట్లు పరిగణింప వలయునో, సవిస్తరముగ, లోగడనే వివరింప బడినది.




పటము 2

ఈ దిగువ విధానమున, మన సమస్యను కచ్చితముగ సూత్రీకరింప వచ్చును. K కి సంబంధించి ఒక సంఘటనయొక్క *x*, *y*, *z*, *t*, పరిమాణ ములు ఈయబడినపుడు K′ కు సంబంధించి అదే సంఘటన యొక్క *x*′, *y*′, *z*′, *t*′ విలువలు ఎట్టివి? K, K′ ల సంబంధముతో ఒకేఒక కిర ణము (అది ఏ యొక కిరణమయిననూ) శూన్యమునందలి కాంతి ప్రసార గమన సూత్రమునకు తృప్తికరమగు నట్లు, ఆ సంబంధము లెన్నుకొన

వలెను. 2వ పటములో సూచింపబడిన నిర్దేశాంక విధానముల యొక్క అంతరాళమునగల సాపేక్షతా, స్థానముల సమస్య ఈ సమీకరణముల ద్వారా సాధింపబడినది.

$$x' = \frac{x - v.\,t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} . x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ఈ సమీకరణ విధానము, లారెన్ ట్జ్ రూపాంతరముగ[1] వ్యవహరించబడుచున్నది.

కాంతి ప్రసారగమన సూత్రము స్థానే, కాలములయొక్క, పొడవులయొక్క, శుద్ధస్వభావమునకు, ప్రాచీన యాంత్రిక శాస్త్రమున ప్రత్యేకించి చెప్పబడిన రీతిని, ఆధార భూతముగా మనము గ్రహించిన యెడల పై సమీకరణములకు ప్రత్యామ్నాయముగ, ఈ సమీకరణములు సిద్ధించియుండవలెను.

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

తఱచుగా ఈ సమీకరణ విధానమును గెలిలియో రూపాంతర మందురు. లారెన్ట్జ్ రూపాంతరమున $c$ కాంతి సరళ వేగమునకు,

(1) లారెన్ ట్జ్ రూపాంతరము యొక్క సామాన్యమయినఉత్పాదనము ఒకటవ అనుబంధమున ఈయ బడినది.

అనంతమైన విలువను ప్రతిక్షేపించుటవలన లారెంట్‌జ్ రూపాంతరము నుండి గెలిలియో రూపాంతరమును పొందవచ్చును.

ఈ దిగువ ఉదాహరణ సాయమున K సూచిత వస్తువులకునూ, K′ సూచిత వస్తువునకునూ (ఉభయములకునూ) శూన్యమున కాంతి ప్రసారగమన సూత్రము లారెన్‌ట్‌జ్ సూత్రానుగుణ్యముగ తృప్తి నందించునని మనము గమనింప గలుగుదుము. ధన అక్షము మీదుగా దీపసంకేతము పంపబడినది. ఇది $x=ct$ అను సమీకరణమునకు అనుగుణ్యముగ పురోగమించును. అనగా $c$ సరళ వేగముతో ముందునకు పోసాగును. లారెన్‌ట్‌జ్ రూపాంతర సమీకరణానుసారము, $x$, $t$ మధ్య గల ఈ సామాన్య సంబంధములో $x'$, $t'$ సంబంధము కూడ ఇమిడియున్నది. యథార్థ్య దృష్ట్యా లారెన్‌ట్‌జ్ సూత్రముల మొదటి, నాల్గవ సూత్రములందలి $x$ నకు $ct$ విలువను ప్రతిక్షేపించిన, ఈ సమీకరణములు సిద్ధించును.

$$x' = \frac{(c-v)\,t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{(1-v/c)t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

భాగించిన వానినుండి ఈ సమీకరణము వెంటనే లభించును.

$$x'=ct$$

K′ విధానమున ఈ సమీకరణమున కనుగుణముగ కాంతి ప్రసారము జరుగును. K′ సూచిత వస్తువునకు సంబంధించి ప్రసార సరళ వేగము కూడా $c$ కి సమానముగానుండునని మనము ఈ విధమున గమనింతుము. ఏ దిక్కున కయిననూ పురోగమించు కాంతి కిరణములకు కూడ అదే ఫలితము సిద్ధించును. ఈ దృక్పథమున కనుగుణముగనే, లారెన్‌ట్‌జ్ సూత్ర సమీకరణములు ఉత్పాదింపబడినవి. కనుక ఇది ఆశ్చర్యకరముకాదు,

# చలనస్థితినున్న, కొలతబద్దలయొక్కయూ, గడియారములయొక్కయూ, ప్రవర్తనలు.

K నిర్దేశాంక విధానమున, $x'$ అక్షముమీద $x'=0$ బిందువుతో, ఒక కొనయూ అనగా మొదటి కొనయూ $x'=1$ బిందువుతో రెండవకొనయూ, అనగా తుది కొనయూ ఏకీభవించునట్లుగ, ఒక మీటరు కొలతబద్ద ఉంచితిని. K నిర్దేశాంకవిధానమున మీటరుబద్దయొక్క సాపేక్షతా దైర్ఘ్యము ఎంత? ఇది తెలియుటకు గాను, ఒకానొక సమయమునకు, అనగా t కాలమానమున, K కు సంబంధించి, దండముయొక్క మొదలు, తుది కొనలు ఎక్కడ ఉన్నవి? అని మాత్రము మనము ప్రశ్నించవలసి యుండును.

$x$ కొలతబద్ద మొదలు $= 0\sqrt{1-v^2/c^2}$
$x$ కొలతబద్ద తుది $= 1\sqrt{1-v^2/c^2}$

అని లారెన్ట్జ్ మొదటి సమీకరణము ద్వారా $t=0$ అగు కాలమున, ఆ రెండు బిందువుల విలువలూ, ఆ రెండు బిందువుల మధ్య దూరము $\sqrt{1-v^2/c^2}$ అని, నిరూపింపవచ్చును. కాని Kకు సాపేక్షముగా, ఆ మీటరు బద్ద $v$ సరళవేగముతో, కదలుచున్నది. కనుక $v$ సరళవేగముతో, దాని పొడవు వెంబడి కదులుచున్న దృఢమైన మీటరు బద్దయొక్క పొడవు $\sqrt{1-v^2/c^2}$ మీటరు అయి ఉండునని, తెలియుచున్నది.

ఇందువలన నిశ్చలతనున్నప్పుడు కన్న, చలనస్థితినున్నప్పుడు ఆ దృఢమైన బద్ద కురచగ నుండును, వేగాతిశయముతో పాటు, ఆ

బద్దయొక్క పొడవు, పొట్టి అగుచుండును. $v$ సరళవేగము = $c$ అయిన, $\sqrt{1-v^2/c^2} = 0$, అనగా పొడవు శూన్యమగును. ఇంకను సరళవేగము $v$ ఎక్కువయిన సందర్భములందు వర్గమూలము ఊహా మాత్రకమగును. వాస్తవిక వస్తువేదియు $c$ వేగముతోగాని, $c$ ని మించిన వేగముతో గాని, పోలేదన్న విషయమును సూచించు పాత్రను, సాపేక్షతా వాదమున $c$ నిర్వహించుచున్నది. వాస్తవికవస్తువు పొందగల్గు సరళవేగపు హద్దు $c$ అను పర్యవసానమునకు వత్తుము. $c$ కంటెను $v$ విలువ ఎక్కువగా గ్రహించిన లారెన్‌ట్‌జ్ సమీకరణములు అర్థరహితములగును.

$c$ సరళవేగము అతిక్రమింపబడని వేగముననున్నది కూడ లారెన్‌ట్‌జ్ సమీకరణములనుండియే అనుగమించును.

దీనికి వ్యతిరేకముగ Kకు సంబంధించి, $x$ అక్షమున మీటరు బద్ద నిశ్చలత నున్నట్లు మనము ఊహించిన యెడల, బద్దయొక్క పొడవు, K' నుండి నిర్ణయించిన, $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ అయిఉండి ఉండునని మనము కనుగొనియుందుము మన సమాలోచనల కన్నిటికిని ఆధారభూతముగ ఏర్పడిన సాపేక్షతా మూలసిద్ధాంతమునకు ఇది పూర్తిగా అనుసరించినదై యున్నది.

$x$, $y$, $z$, $t$ పరిమాణములు, కొలతబద్ద సహాయముననూ, గడియారముల సహాయముననూ, మనము పొందిన ఫలితములకు హెచ్చు, తగ్గు కాకుండా, ఉన్నవి కనుక కొలతబద్ద యొక్కయూ, గడియారములయొక్కయూ, భౌతిక చర్యలగూర్చి కొంచెముగా మనము తెలిసికొనగలిగి యుండవలయును, అనునది. ప్రాతిపదిక గావలయునమట, విస్పష్టము. గెలిలియన్ రూపాంతరము మీదను ఆధారపడి మనము చర్చ సాగించినయెడల, చలనఫలితముగ బద్దయొక్క సంకోచము మనకు తటస్థించియుండరాదు.

K' నిర్దేశాంక విధానమున, ఆరంభస్థానముయొద్ద ($x'=0$) స్థిరముగ నెలకొల్పబడిన ఒక సెకనుల గడియారము ఉన్నదని మనమిప్పుడు భావింతుము. $t'=0, t=1$, అనునవి ఆ గడియారము ఒకదాని వెనుక ఒకటిగా కొట్టిన రెండు టిక్కులు లారెంట్జ్ రూపాంతర సమీకరణములలో, మొదటిదియూ, నాల్గవదియూ, ఆ రెండు టిక్కులకు ఈ సమీకరణములనొసగును.

$$t=0, \text{ మఱియు } t=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

K నుండి నిర్ణయింపబడిన ప్రకారము, $v$ సరళ వేగముతో గడియారము కదలుచున్నది. సూచిత వస్తువునుండి నిర్ణయింపబడినపుడు ఆ గడియారముయొక్క రెండు టిక్కుల మధ్యను గతించిన కాలము

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ సెకనులు కాని, ఒక సెకను కాదు అనగా సెకను కన్న

కొంచెము ఎక్కువ. చలన ఫలితముగ గడియారము నిశ్చలతనున్నప్పటి కన్నను ఎక్కువ మందముగ పోవును. ఈ సందర్భమునందు కూడ, అలభ్యమయిన, ఒక హద్దుగల వేగముయొక్క పాత్రను, $c$ సరళవేగము నిర్వహించుచున్నది.

# 13

## సరళవేగ సంకలన సిద్ధాంతము

## ఫిజ్యూ ప్రయోగము

కాంతి వేగముతో పోల్చి చూచిన, తక్కువ సరళ వేగము తోడనే గడియారములను, కొలత బద్దలను మనము చలింప జేయగలుగు చున్నాము. అందుచే గత ప్రకరణము నందలి ఫలితములను, మనము, సూటిగా, వాస్తవికములతో ఎంతమాత్రము పోల్చజాలము. కాని ఈ ఫలితములు చాలా అసాధారణములని కూడామీకు తట్టవచ్చును. అందుచేత ఆసిద్ధాంతమునుండి, నేనిప్పుడు, మఱియొక ఫలితాంశమును ఆహరింతును. దానిని రాబోవు సమాలోచనలనుండి సులభముగ నుత్పన్నము గావింప నగును. ప్రయోగాత్మకముగ, సంశయ రహితముగ, అది ధృవపఱచ బడినది.

ఆరవ ప్రకరణమునందు, సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్ర్ర వరి కల్పనముల ఫలితాంశపు ఆకృతిలో, ఒకవిధముగ సరళవేగ సంకలన సిద్ధాంతమును ఉత్పన్నము గావించితిమి. గెలిలియన్ రూపాంతరము (11వ ప్రకరణము) నుండి కూడా ఈ సిద్ధాంతమును సులభముగ ఉత్పాదింప గలము. రైలుపెట్టెలో నడచుచున్న మనిషి స్థానే $x' = wt'$ సమీకరణమునకు అనుసంధించి K′ నిర్దేశాంక విధానమునకు సాపేక్షతను చలించుచున్న బిందువునకును,మనము ప్రవేశము కల్పింతుము. గెలిలియన్ రూపాంతర సమీకరణములలో మొదటిది, నాల్గవది అగు సమీకరణముల ద్వారా$x', t'$ లను $x, t$ పదములలో మనము వ్యక్తపరచవచ్చును. అప్పుడు

$$x = (v + w)\ t,$$

అను సమీకరణమును పొందుదుము. ఈ సమీకరణము K నిర్దేశాంక విధాన సూచనతో, బిందు చలన సూత్రమును (రైలుకట్ట సూచనతో

మనిషి గమన సూత్రము) వెలిబుచ్చునే గాని మరేమియూ కాదు. $W$ సంకేతమున ఈ సరళ వేగమును మనము సూచింతుము. అప్పుడు ఆరవ ప్రకరణమునందు వలెనే,

$$W = v + w \text{———} (A)$$

అను సమీకరణము మనకు వచ్చును.

కాని ఈ సమాలోచనమును, సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ఆధారముగా కొని కూడా మనము సాగింప వచ్చును. అప్పుడు లారెన్ట్జ్ - రూపాంతరము నందలి, మొదటి సమీకరణమును, నాల్గవ సమీకరణమును ఉపయోగించి

$$x' = wt'$$

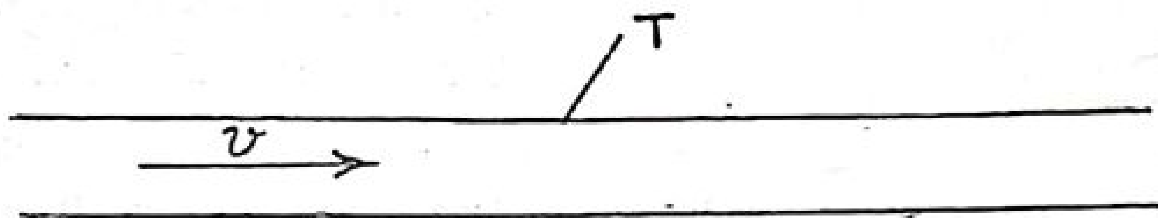
అను సమీకరణముతో $x', t'$ లను $x, t$ పదములలో మనము వ్యక్త పరచ వచ్చును. అప్పుడు (A) సమీకరణమునకు బదులుగ

$$W = \frac{v + w}{1 + \frac{v.w}{cv}} \text{ — } (B)$$

అను సమీకరణము మనకందును. ఇది ఒక దృష్ట్యా సాపేక్షతా సిద్ధాంతాను గుణ్యముగ, సరళ వేగములయొక్క సంకలన సిద్ధాంతమునకు సరిపోలును. ఈ రెండు సిద్ధాంతములలో అనుభవమునకు ఏది ఎక్కువ సన్నిహితము అను ప్రశ్న ఉదయించును.

ఈ విషయముపయి, ఒక అర్ధశతాబ్దము క్రితము ఫిజ్యూ అను ఒక ప్రతిభావంతుడైన భౌతిక శాస్త్రజ్ఞుడు గావించిన ముఖ్యాతి ముఖ్యమగు ప్రయోగము వలన మనకు నిశ్చిత విజ్ఞానమలవడినది. ఆప్రయోగ ఫలితమును గూర్చి మరియెట్టి సందేహము కలుగకుండా ప్రయోగ భౌతిక శాస్త్రమున ప్రముఖులనదగిన వారనేకులు, పదేపదే ఆ ప్రయోగమును గావించి ఋజువుచేసిరి. ఆ ప్రయోగము ఈదిగువ ప్రశ్నతో ప్రమేయము కలిగి యున్నది. $w$ అను ఒక కొంతసరళ వేగముతో, నిశ్చలత నున్న ద్రవ

ములోనికి, కాంతి ప్రయాణము చేయును. పైన ఉదహరింపబడిన ద్రవము $v$ సరళవేగముతో గొట్టము గుండా ప్రవహించునపుడు T గొట్టము లోని బాణము గుర్తుచే సూచింపబడిన దిక్కుగా ఎంతవ్వరలో అది ప్రయాణముచేయును? (8వ పటము చూడుడు)




పటము 8

అన్య వస్తువులను గమనించి చూచిన, ద్రవము నిశ్చలతనున్ననూ, లేకున్ననూ, ద్రవమునకు సంబంధించి, సరిసమానముగ ఒకే తీరున $w$ సరళ వేగముతో కాంతి ప్రసార క్రియ సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుగుణ్యముగ జరుగుచున్నదని మనము ఒప్పుకొన వలసియుండును. ద్రవమునకు సంబంధించి, కాంతి సరళవేగము, గొట్టమునకు సంబంధించి ద్రవ సరళ వేగము పైవిధముగ మనము తెలుసుకొంటిమి, ఇక గొట్టమునకు సంబంధించి కాంతి సరళ వేగము మనకు కావలెను.

ఆరవ ప్రకరణము నంకలి సమస్య మరల మన ఎదుట తటస్థమయినది అని విస్పష్టము. గొట్టము రైలుకట్టయొక్క లేదా K నిర్దేశాంక విధానముయొక్క పాత్రను ధరించును. ద్రవము రైలుపెట్టెయొక్క, లేదా K' నిరూపక విధానముయొక్క పాత్రను నటించును. ఇక చివరకు మిగిలిన కాంతి పెట్టెవెంబడి నడచుచున్న మనుష్యుని యొక్క లేదా ప్రస్తుతప్రకణమునచలిత బిందువుయొక్కభూమికను వహించును. గొట్టమునకు సంబంధించి కాంతి సరళవేగము $W$గ మనము గుర్తించినయెడల, గెలిలియో రూపాంతరము లేక లారెన్ట్జ్ రూపాంతరము యాథార్థ్య విషయమునకు సరిపోవునటులుగ(A)లేక(B)సమీకరణము మూలమున అది ప్రసాదింపబడును. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము నుండి ఉత్పాదింపబడిన (B)

సమీకరణ పక్షమునకు అనుకూలముగా[1] ప్రయోగము నిర్ణయించును. అందులో ఐక్యత చాలా కచ్చితముగ నున్నది. ఇటీవల జీమాన్ యొక్క సున్నితములయిన మాపకములనుబట్టి (B) సూత్రమువలన, కాంతి ప్రసారముమీద, ప్రవాహముయొక్క సరళవేగము నూరుపాళ్ళలో ఒక పాలు లోపున ఉండునని ప్రతిక్షేపింప బడినది. అయినా, సాపేక్షతా సిద్ధాంత నిర్వచనమునకు, మునుముందుగనే హెచ్.ఎ. లారెన్ట్జ్ వలన, ఈ దృశ్య సంఘటనా సిద్ధాంతము, వెలయించ బడినదను వాస్తవ విషయమునకు మనదృష్టిని మరలింపవలెను. ఈ సిద్ధాంతము కేవలమూ విద్యుత్ గతి విజ్ఞానాత్మక స్వభావము కలదిగనుండెను. మరియూ పదార్థము యొక్క విద్యుదయస్కాంత నిర్మాణమునకు ఒకానొక పరికల్పనను ఉపయోగించుటవలన సాధింపబడినది. ఏమయినప్పటికిన్ని, అసలు సిద్ధాంతము ఆధారపడి యుండిన మాక్సువెల్-లారెన్ట్జ్ యొక్క విద్యుత్ గతి విజ్ఞానము ఏవిధముగను, సాపేక్షతా సిద్ధాంతమును కాదనదు. కావున, ఈ పరిస్థితి,సాపేక్షతాసిద్ధాంతము పక్షమున విషమ పరీక్షయయి,ప్రయోగ నిశ్చితమైన దాని విలువను ఏ మాత్రమునూ తగ్గించదు అంతియకాక, సాపేక్షతా సిద్ధాంతము, విద్యుత్‌గతి విజ్ఞాన శాస్త్రమునుండియే పెంపొందింప బడినది. అందులోను ఆశాస్త్రమునకు ఆధార భూతములున్ననూ, అదియందు ఒకదానినొకటి విడివడి స్వతంత్రముగ నున్నవియునగు పరికల్పనలను సులభముగ పొందుపఱచి ఆశ్చర్యకరముగ సర్వ సమన్వయ సిద్ధాంతముగ రూపొందినది.

---

(1) ద్రవము యొక్క వక్రీభవనగుణకము $n = \frac{c}{w}$ అయిన $W = w + v\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ అగునని ఫిజ్యూ కనుగొనెను. (1)తో పోల్చిన $\frac{vw}{c^2}$ చాలతక్కువ కావున మొదటి స్థానమున (B)కి బదులు $w = (w+v)\left(1-\frac{vW}{c^2}\right)$ ప్రతిక్షేపించవచ్చును. లేకున్న ఉజ్జాయింపున, ఫిజ్యూ ఫలితముతో సమైక్యమయిన $w+v\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ను నిలుపవచ్చును.

14

# సాపేక్షతా సిద్ధాంతము స్వయం సమర్థత

ముందు పుటలలోని మన అలోచనా పరంపరలను ఈ దిగువ విధ మున సంక్షేపింపవచ్చును. ఒక వైపున "సాపేక్షతా సిద్ధాంతము సత్యము నకు కట్టుబడును అనియూ, మరియొక వైపున కాంతి ప్రసార సరళ వేగము శూన్యమున $c$ స్థిరాంకమునకు, సమానముగ పరిగణింప బడవలె ననియూ, మొదలుగాగల గాఢ విశ్వాసములను, అనుభవము మనకిచ్చును. పై రెండు స్వీకృత పక్షములను ఏకముఖము చేయుటవలన ప్రకృతిలో జరుగు సంఘటనలను $x, y, z$ లకు ఆయత నిర్దేశాంకముల వలన, 't' ఘటనా కాలముగను గ్రహించి రూపాంతర నియమమును సాధించితిమి. సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమునకు భిన్నమయిన, లారెంట్జ్ రూపాంతరమునంద గల్గితిమేకాని, గెలిలియో రూపాంతర మును పొందలేదు.

మన వాస్తవిక పరిజ్ఞానము, సమర్థించునట్టి, కాంతి ప్రసారగమన సూత్రము, ఈ అలోచనా క్రమమున ముఖ్యమైన పాత్రను వహించెను. లారెన్ట్జ్ రూపాంతరము లభించిన తదుపరి ఈ సూత్రమును సాపేక్షతా సిద్ధాంతముతో ముడిపెట్టి, ఆ సిద్ధాంతపు మొత్తము మీది సారాంశమీ క్రింది విధముగ సమీకరించవచ్చును.

K అను మొదటి నిర్దేశాంక విధానమున, స్థలకాల, చలన రాశులగు, $x, y, z, t$ లకు ప్రత్యామ్నాయముగ K' నిర్దేశాంక విధానమునకు చెందిన $x'$ $y'$ $z'$ $t'$ చలనరాశులను క్రొత్తగ ప్రవేశపెట్టినపుడు, ఖచ్చితముగ అదే ఆకృతి నున్న సూత్రము నిచ్చునటుల, ప్రకృతి నందలి

ప్రతి సామాన్య నియమము కల్పింపబడవలయును. ఈ సందర్భమున, సామాన్య పరిమాణములకునూ, ప్రముఖ పరిమాణములకునూ గల సంబంధము లారెన్ట్జ్ రూపాంతరము వలన ఈయబడినది లేక లారెన్ట్జ్ రూపాంతరములకు సంబంధించినంతవఱకునూ, ప్రకృతి సామాన్య నియమములు సహచరములు అనునది సంక్షిప్త వ్యాఖ్య. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ప్రకృతి సూత్రమును విధిగా అపేక్షించునను నదియే గణిత నియమితమైన సంగతి. ఈ కారణముననే ప్రకృతి సామాన్య సూత్రాన్వేషణమున ఆ సిద్ధాంతము అమూల్యమైన ఆలంబనయగును. ఈ విధికి విహితము కాని ప్రకృతి నియమము తటస్థపడిన యెడల సిద్ధాంతమున కాధారభూతమగు ఊహల రెండింటిలో కనీస మొకటియైననూ, ఋజువునకు నిలువక పోవలయును. ఇక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము, ఇంతవరకూ స్ఫుటపరచిన సార్వత్రిక ఫలితములను పరీక్షింతము.

15

# సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క సార్వత్రిక ఫలితములు

విద్యుత్‌గతి శాస్త్రము నుండియు, తేజశ్శాస్త్రము నుండియూ సాపేక్షతా సిద్ధాంతము, అభ్యుదయమందిన విషయము మన గత సమాలోచనములవలన స్పష్టమయినది. ఈ క్షేత్రములయందు, సిద్ధాంత ఫలితములను గణింపదగినంతగ మార్చలేదు. కాని సిద్ధాంత నిర్మాణ ప్రణాళికను అనగా, సూత్రోత్పాదనమును, అనుకొనదగినంతగ సూక్ష్మీకరించెను. మఱియూ, అతి ముఖ్యమయిన విషయమేమనగా, అది సిద్ధాంతమునకు ఆధార భూతములయిన, స్వతంత్ర పరికల్పన సంఖ్యను చాలవరకు తగ్గించినది. మాక్స్‌వెల్—లారెన్‌ట్‌జ్ సిద్ధాంతమునకు అనుకూలముగా ప్రయోగము సంధిగ్ధతా ప్రాయముగ నిశ్చయించిననూ, సర్వసామాన్యముగా భౌతిక శాస్త్రవేత్తలు ఒప్పుకొనుటకు సబబుగ కనబడునంతగ, విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము, పై సిద్ధాంతమును సమంజసము గావించెను.

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతపు విధులతో, తులతూగవలెనన్న, ముందుగా, సాంప్రదాయక యాంత్రిక శాస్త్రము మార్పుచెందవలసిన అవసరమేర్పడెను. అయినప్పటికినీ కాంతి సరళ వేగముతో పోల్చి చూచిన $v$ పదార్థ సరళవేగములు, అంత చిన్నవికావు కాని, ద్రుత చలనములకు సంబంధించిన సూత్రములను ఈ మార్పు చాలవరకు మార్చివేసెను. ఎలక్ట్రానులు, అయానులు విషయమై మాత్రము మనకట్టి ద్రుత చలనమును అనుభవగతములు. తదితర చలనములకు, సాంప్రదాయక యాంత్రిక శాస్త్ర నియమములయందలి మార్పులు, అనుభవమున విస్పష్టముగా నంత సూక్ష్మమైనవిగ నున్నవి. సార్వత్రిక సాపేక్ష సిద్ధాంత

ప్రస్తావనకు మనము వచ్చువఱకునూ నక్షత్రముల చలనము గూర్చి మనమాలోచించము. సాపేక్ష సిద్ధాంతానుసారముగ, 'm' ద్రవ్యరాశి గల ద్రవ్యకణము యొక్క గతిజ ఊర్జ $\frac{m c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ అను ఉక్తి వలనగాని అందఱకును తెలియబడిన $\frac{mv}{2}$ అను ఉక్తి మూలమున వ్యక్తము కాదు. $v$ సరళవేగము, కాంతి సరళవేగమగు $c$ ని అందుకొనినపుడు ఈ ఉక్తి అనంతమును దాకును. కనుక త్వరణ ఉత్పాదించుటకై ఉపయోగింపబడిన ఊర్జలు ఎంత అతిశయించినప్పటికినీ, సరళవేగము ఎప్పుడును $v$ కన్న తక్కువగనే యుండిపోవును. గతిజ ఊర్జ శక్తిని శ్రేణీ ఆకారమున విస్తరింపచేసిన,

$$mc^2 + \frac{mv^2}{2} + \frac{3}{8}\frac{mv^4}{c^2} + \ldots\ldots\ldots$$

అను శ్రేణిని పొందుదుము.

ఏకాంతముతో పోల్చిచూడ $\frac{v^2}{c^2}$ తక్కువ అయినపుడు సాంప్రదాయక యాంత్రిక శాస్త్రమున చివరిదిగ పరిగణింపబడు నట్టి రెండవ దానితో పోల్చిన, ఈ పదములయందు మూడవది ఎల్లప్పుడునూ చిన్నదిగనే యుండును. మొదటి పదము $mc^2$, సరళ వేగమగు $v$ పదమును కలిగియుండదు. సరళవేగముమీద ద్రవ్యకణము యొక్క ఊర్జ ఎట్లు ఆధారపడినది అను ప్రశ్నతో మాత్రమే మనము సంబంధము పెట్టుకొని యున్నచో ఆ మొదటి పదమును మనము పరిగణింప వలసినదిలేదు. తరువాత దానియొక్క ముఖ్యావశ్యకతను గూర్చి ముచ్చటింతుము.

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము త్రోవజూపిన సర్వసామాన్యస్వభావము యొక్క అతి ముఖ్యమైన ఫలితము ద్రవ్యరాశి అను భావముతో సంబంధించి యున్నది. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ప్రవేశించక పూర్వము,

ప్రధానములైన రెండు స్థిరతా సూత్రములను భౌతిక శాస్త్రము గుర్తించెను. అనగా ఊర్జ స్థిరతా సూత్రము ద్రవ్య స్థిరతా సూత్రము. ఈ రెండు ముఖ్య సూత్రములు పరస్పరము సంపూర్ణ స్వతంత్రముగ నున్నట్లు కన్పించును. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము వలన ఒకే సూత్రములో అవి ఐక్య మొనరింపబడెను. ఈ ఐక్యత ఏర్పడిన విధానము, దానికీయవలసిన నిర్వచనము, ఇప్పుడు సంక్షిప్తముగ మనము సమాలోచింతము.

K నిర్దేశాంక విధానమునకు సంబంధించియే కాకుండా, K కి సాపేక్షించి, ఒకే తీరున సాగు చలనస్థితి నున్నట్టి K' నిర్దేశాంక విధానమునకు సంబంధించి కూడా, లేదా, సంక్షిప్తముగా ప్రతియొక్క గెలిలియన్ నిర్దేశాంక విధానమునకు, సాపేక్షమున కూడా ఊర్జ స్థిరతా సూత్రము సరిపడునని నిర్వచనము సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు విరుద్ధముగ, ఒక విధానమునుండి మరియొక విధానమునకు మారుటలో లారెన్ట్జ్ రూపాంతరము నిర్ణయాంశముగనున్నది.

మాక్సువెల్ విద్యుత్‌గతి శాస్త్రమునందలి ప్రధాన సూత్రముల తోడి సంయోగమున ఈ పూర్వ సిద్ధాంతముల నుండి సూక్ష్మతరమగు సమాలోచనలవలన, ఈ దిగువ సారాంశము లభించును. సరళ వేగముతో మార్పులేకుండా, ఆ సరళ వేగము $v$ తో, కదులుచున్న వస్తువు వికిరణ రూపేన Eo ఊర్జను అవశోషించిన[1], ఫలితముగా ఆ వస్తువు

$$\frac{E_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ మొత్తమునకు ఊర్జ పెంపొందించుకొనును.

వస్తువుయొక్క గతిజ ఊర్జకుపైన నొసగబడిన ఉక్తిని బట్టి సమాలోచించిన, వస్తువునకు ఊర్జ

$$\frac{\left(m+\frac{E_o}{c^2}\right)c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ అగును.

(1) వస్తువు కదలుచున్న నిర్దేశాంకమునుండి నిర్ణయింప బడునపుడు $E^o$ గ్రహింప బడిన ఊర్జ.

ఈ విధముగా, $v$ సరళ వేగముతో కదులుచున్నట్టి $(m+\frac{Eo}{c^2})$ ద్రవ్యరాశియయిన వస్తువు కలిగి యుండునంత ఊర్జను ఆవస్తువు కలిగి యుండును. ఒకవస్తువు $Eo$ ఊర్జ మొత్తమును గ్రహించిన యెడల వస్తువు యొక్క జడ ద్రవ్యరాశి $(\frac{Eo}{c^2})$ మొత్తముమీద పెరుగును. ఒక వస్తువు యొక్క జడత్వద్రవ్యరాశివస్తువుయొక్క ఊర్జయందలిమార్పునకు అనుగుణముగ మారునేకాని, స్థిరముగా నుండదు. వస్తువిధానముయొక్క జడత్వ ద్రవ్యరాశి, దానియొక్క ఊర్జా పరిమాణముగాకూడా పరిగణింపబడవచు. ఒక పద్ధతినున్న ద్రవ్యస్థిరత ఊర్జస్థిరతా సూత్రముతో అభిన్నత్వము సాధించును. ఊర్జను గ్రహించుట గాని విసర్జింటగాని జరిగింపకున్నచో ఈ పద్ధతి యుక్తి యుక్తమయినది యగును. ఊర్జ ఉక్తిని $\frac{mc^2+Eo}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ అను తీరున ఉల్లేఖించిన, ఇంతవరకునూ మన దృష్టిని ఆకర్షించిన $mc^2$ పదము, $Eo$ ఊర్జను శోషించుటకు ముందు వస్తువు కలిగియున్న ఊర్జకన్న భిన్నము కాదని గ్రహింతుము[1].

ఒక క్రమమునకు మనము బద్ధము గావింపగలిగిన $E_o$ ఊర్జ నందలి మార్పులు-జడద్రవ్యరాశి విధానమందలి మార్పు గుర్తింపగలుగునంత పెద్దవిగ కాలేని కారణమున, ప్రస్తుతము, ప్రయోగముద్వారా, ఈ సంబంధము యొక్క తారతమ్యా మూహించుట సాధ్యము కాదు. సూటిగా (1920; 49 పుట యందలి గమనిక చూడుడు) ఊర్జమార్పు దలకు ముందు ఉండిన ద్ర్యరాశితో పోల్చి చూచిన,$(\frac{E_o}{c^2})$ సూక్ష్మాతిసూక్ష్మముగ నుండును. ఈపరిస్థితి కారణముననే ద్రవ్య స్థిరత యుక్తియుక్తమై తనకుతానై నిలువగల సూత్రము, అని విజయవంతముగా స్థాపింపలేకున్నారము.

(1) వస్తువుతో కదలుచున్న నిర్దేశాంక విధానమునుండి పరిశీలించిన

ముఖ్య స్వభావము గూర్చి తుది అభిప్రాయమును పొందు పలతుము. [మధ్య యానము ప్రమేయము లేకుండా] న్యూటన్ గురుత్వాకర్షణ సూత్రమునకు చెందిన మాదిరిని, దూర సంఘటనలు యుగపత్ కాలికములగు నట్టి రీతులు లేవు అను గాఢ విశ్వాసము భౌతిక శాస్త్రవేత్తలందు కలుగుటయే విద్యుదయస్కాంతపు దూరపు చర్యను గూర్చి ఫారడే, మాక్సువెల్ గావించిన వ్యాఖ్యాన విజయము యొక్క ఫలితమయ్యెను. సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము, దూరమున కాంతి సరళ వేగముతో జరుగు చర్య దూరమునందు యుగపత్ కాలికమగు చర్యజరుగు స్థలమును, లేదా, అనంత ప్రసార గమన సరళవేగముతో దూరమునందు యుగపత్ కాలికమగు చర్య జరుగుస్థలమును గ్రహించును. ఈ సిద్ధాంతమున $c$ సరళవేగము ప్రధానపాత్రను ధరించునను వాస్తవిక సంఘటనతో సంబంధించి యున్నది. ఈ ఫలితము సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమున ఏవిధముగ సంస్కరింప బడినదియూ రెండవ భాగమున పరిశీలింతము.

*గమనిక:* అల్ఫాకణములు, ప్రోటానులు, డూటిరానులు, న్యూట్రానులు, గామా కిరణములవలన, మూలద్రవ్య విఘట్టన స్థలమైన, కేంద్రీయ రూపాంతర కిరణ క్రమములు, ప్రవేశించుటలో, $E=mc^2$ సంబంధముతో వ్యక్త పరచబడిన ఊర్జ ద్రవ్యరాశులతుల్య ఫలము విశేషించి రూఢి అయినది. ఘట్టిత కణము (ఫోటాను) యొక్కగతిజ ఊర్జ యొక్కద్రవ్యరాశి తుల్య ఫలముతో కలిసిన, ప్రతి ఘటిత ద్రవ్యరాశులమొత్తము, ప్రతిఫల లబ్ధములైన ద్రవ్యరాశులమొత్తము, కన్న ఎప్పుడునూ ఎక్కువగనే యుండును. ఇక తేడా-ఉత్పాదితములయిన కణములయొక్కగాని లేక విముక్తమైన విద్యుదయస్కాంతపు ఊర్జ ($\gamma$=ఫోటానులు) యొక్కగాని చెందిన గతిజ ఊర్జయొక్క ద్రవ్యరాశితుల్య ఫలమైయున్నది. ఇదే విధమున, ధారాపాతముగా, విచ్ఛిన్న మగుచున్న వికిరణ శీలముగల అణువుయొక్క ద్రవ్యరాశి-ఉత్పాదితములయిన కణములయొక్క గతిజ ఊర్జ(ఫోటానుల ఊర్జ) యొక్క ద్రవ్యరాశుల మొత్తముకన్న ఎప్పుడునూ, ఎక్కువగనే ఉండును.

కేంద్రకీయ అభిక్రియలలో బహిర్గతములయిన కిరణముల యొక్క ఊర్జ ప్రమాణములు, తాదృశములయిన అభిక్రియలకు చెందిన సమీకరణములతో కలగలిపి, అధికాంశము వఱకునూ, కచ్చితముగ అణుభారముల విలువ లేర్పరచుటకు సాధ్యపడుచున్నది.

## అనుభవము_విశిష్టసాపేక్షతా సిద్ధాంతము:

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము అనుభవము వలన ఎంతవరకు నిలబెట్ట బడినది? ఫిజ్యూ ప్రధాన ప్రయోగ సందర్భమున 'లోగడ ఉదహరించిన కారణమున ఈ ప్రశ్నకు సమాధానమిచ్చుట సుకరముకాదు. మాక్సువెల్ లారెన్ట్జ్ యొక్క విద్యుదయస్కాంత దృగ్గోచర సిద్ధాంతము నుండి విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము రూపించినది. ఈ విధముగా విద్యుదయస్కాంత సిద్ధాంతమునకు బలమొసంగు అనుభవగత సంభవములన్నియు సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు ఊత మొసగును. స్థిర నక్షత్రములనుండి మనలను చేరుచున్న కాంతి మీద మెరవు ప్రభావ ఫలితములను మును ముందుగ చెప్పగలుగు శక్తిని సాపేక్షతా సిద్ధాంతము సమకూర్చుచున్నది. ఈ ఫలితములు మిక్కిలి సూక్ష్మపద్ధతిని పొందబడినవి. మరియు ఆ స్థిర నక్షత్రములను నిర్దేశించి భూమియొక్క సాపేక్ష చలనమునకు కారణ భూతమై సూచింపబడిన ఫలితములు అనుభవమునకు అనుగుణ్యముగా ఉన్నట్లు కనుగొనబడినవి. స్థిరనక్షత్రముల యొక్క స్థానముల దృశ్యమాన వార్షిక చలనము సూర్యునిచుట్టు భూమి తిరుగుటవలనను, వాటినుండి మనలను చేరుచున్న కాంతి వర్ణముపై భూమికి సంబంధించి వాటియొక్క సాపేక్ష గతుల యొక్క ఉరీయాంగముల (Radial Components)ప్రభావమును మనము అన్వయించ వచ్చును. డాప్లరు సిద్ధాంతము చొప్పున భౌమీయ ప్రకాశోద్గమము వలన వర్ణక్రమ రేఖలు ఉత్పాదింప బడినపుడు ఆ వర్ణక్రమరేఖల యొక్కఉనికితో స్థిరనక్షత్రములనుండి మనకు పంపబడిన వర్ణక్రమ రేఖల స్థానములను పోల్చిచూచినచో, కొలదిపాటి స్థానభేదము వెనుకటి ఫలితముగ వ్యక్తమగును. మాక్స్‌వెల్ లారెన్ట్జ్ సిద్ధాంతముతోపాటు సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు అనుకూలముగనున్న ప్రయోగ

పూర్వకవగు వాదములు లెక్కకుమీరి ఉదహరింప జాలనన్ని ఉన్నవి. అనుభవమునందు పరీక్షకు పెట్టినప్పడు మాక్సువెల్ లారెన్ట్జ్ సిద్ధాంతమును మించి మరి పయితర సిద్ధాంతము నిలువలేదు అను నంతగా సైద్ధాంతిక సాధ్యతనవి వాస్తవముగ నియమితమొనర్చుచున్నవి. కానియొక ఉప పరికల్పనము అనగా సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ఉపయోగింపకుండ దానికదే భిన్నముగ కనబడు పరికల్పనమును ప్రవేశపెట్టుట వలన లారెన్ట్జ్ సిద్ధాంతములో వ్యక్త పరచుటకు ఇంత వరకు లభ్యమయిన ప్రయోగసిద్ధములగు విషయములు రెండు తరగతులుగ నున్నవి.

రేడియో ధార్మికత గల పదార్థములనుండి బహిర్గతమగు $\beta$ కిరణములు అత్యల్పమగు జడత్వము, అతి విస్తృతమగు సరళ వేగముగల ఋణ విద్యుదావేశ కణముల (Electrons)తో కూడియున్నవి. విద్యుదయస్కాంత క్షేత్ర ప్రభావముక్రింద ఈ కిరణముల విక్షేపమును పరీక్షించుట వలన ఖచ్చితముగ ఈ కణములయొక్క చలన ధర్మమును మనము తెలుసుకొన గలుగుదుము.

ఈ ఎలక్ట్రానుల గురించిన సైద్ధాంతిక ప్రస్తావనము నందు విద్యుద్గతి శాస్త్రసిద్ధాంతమే వాని స్వభావమును గురించి వివరించలేకున్నది. ఇందువలన మనయొక్క చిక్కును ఎదుర్కొనవలసి వచ్చినది. ఎందుచేతననగా సజాతి విద్యుత్ ద్రవరాసుల పరస్పరము వికర్షించును.[1] కనుక మనకు ఇంతవరకును అగమ్య గోచరములయిన స్వభావముగల ఇతర శక్తులు దాని మధ్యను పనిచేయకున్న యెడల తమ పరస్పర వికర్షణ ప్రభావమునకు లోనై ఎలక్ట్రానులు అవశ్యము చెల్లాచెదురు కావింపబడును. ఎలక్ట్రాను నిర్మాణాంగికములయిన విద్యుత్ ద్రవ్యరాసుల మధ్యసాపేక్షతా దూరము ఎలక్ట్రాను చలించుకాలము మార్పు అందకుండిన ఎడల (సాంప్రదాయక యాంత్రికశాస్త్రీక పరిభాషను దృఢ సంబంధము)అనుభవ విరుద్ధమయిన ఎల

1. గురుత్వాకర్షణ శక్తులవలన ఎలక్ట్రాను యొక్క విద్యుద్ద్రవ్య రాసులు కట్టువడి యున్నవను మాదిరి సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము వెలుఫరించును.

ట్రానుచలనసూత్రము మనకులభించును గమ్యమగును. కేవలము మామూలు దృక్పద్ధతి ననుసరించి, చలన దిశాభిముఖముగా ఎలక్ట్రాను ఆకృతి సంకోచమునకు పాలగునవనియు, పతత్ చలన ఫలితముగా సంచికుతమయిన నిడివి $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ అనుశక్తిని అనుగుణముగనుండునను పరికల్పనమును హెచ్.ఎ. లారెన్‌ట్జ్ మొట్టమొదట ప్రవేశ పెట్టెను. (ఇటీవల సునిశితముగ ధృవ పరచబడిన ఒక విశిష్టచలన సూత్రమును.) విద్యుద్గతి శాస్త్రీయ విషయములలో సమర్థింపబడరాని దానిని ఈ పరికల్పనము మనకు ఇచ్చుచున్నది.

ఎలక్ట్రాను యొక్క నిర్మాణమునకు చర్యలకు సంబంధించి ఏవిధమయిన విశిష్ట కల్పనముల అవసరములేకుండా అదేచలన సూత్రమునకు సాపేక్షతా సిద్ధాంతము త్రోవచూపుచున్నది. ఫిజ్యూ ప్రయోగమునకు సంబంధించి పదమూడవ ప్రకరణమున తాదృశ్యమగు నిశ్చయమునకు మనమువచ్చియుంటిమి. ద్రవముయొక్క భౌతిక స్వభావమునకు సంబంధించిన పరికల్పనల సహాయము అవసరము లేకుండ సాపేక్షతా సిద్ధాంతము వలన తత్ఫలితము ముందుగనే సూచింపబడినది.

భౌమీయ ప్రయోగములందు అంతరాళమున భూమియొక్క చలనము గోచరము కాగలదా లేదా అను ప్రశ్నలోగడ మనము ఉదహరించిన విషయములు కూడిన రెండవ వర్గము ఒసగును. ఈమాదిరి ప్రయత్నములన్నియు వ్యతిరేక ఫలితములకు దారితీయునని అయిదవ ప్రకరణములో ఇంతకుముందే అభిప్రాయమొసగితిమి. సాపేక్షతా సిద్ధాంతపు ప్రవేశమునకు ముందు వ్యతిరేక ఫలితమును సమాధాన పరచుట ఇప్పుడు చర్చించబోవు కారణముల వలన, కష్టముగ నుండెడిది. ఒక సూచిత వస్తువునుండి మరొక సూచిత వస్తువునకు మార్చుటయందు గెలిలియన్ రూపాంతరము నందలి ప్రాధాన్యత గూర్చి ఎట్టి సందేహమయిన కలుగుటకు తరతరాల నుండి కాలము స్థలము గురించిన వైమనస్య భావము సమ్మతి చూపలేదు. K సూచిత వస్తువునకు మాక్స్‌వెల్ లారెన్‌ట్జ్ సమీకరణములు సరి

పడునని ఊహించి K, K' —నిర్దేశాంకములమధ్యను గెలిలియను రూపాంతర సంబంధములు ఉన్నవని అనుకొనినయెడల K కి సంబంధించి సమాన గతిని చలించుచున్న K' సూచిత వస్తువునకు మాక్స్వెల్ లారెన్ట్జ్ సమీకరణములు సరిపడవని కనుగొందుము. ఈ విధముగ గెలిలియన్ నిర్దేశాంక విధానము లన్నింటిలో ఒకానొక చలనస్థితికి అనువైన K అనునది భౌతికముగ ప్రతిలేనిదిగ కనిపించును. అంతరాళమున కల్పితమగు ఈథర్‌తో సంబంధము కల్పి K విశ్చలతనున్నట్లు పరిగణించి భౌతికముగ ఆ ఫలితమునకు అర్థవివరణ మొసగబడినది. అంతియేకాకుండా K కి సాపేక్షముగ చలించు K' నిర్దేశాంక విధానములన్నియును ఆ ఈథర్‌కు సంబంధించి చలనమున ఉన్నట్లు పరిగణింపబడవలసి వచ్చెను. ఈథర్‌నకు అభిముఖమగు K' చలనమునకు (K'కు సాపేక్షముగ ఈథర్ ప్రవాహము), K' సాపేక్షముగ సరిపడునని ఊహింపబడిన క్లిష్టతర సూత్రములు ఆరోపింపబడినవి. ఖచ్చితముగ చెప్పవలెననిన అటువంటి ఈథర్ ప్రవాహము భూమికి సాపేక్షముగకూడ ఉన్నట్లు ఊహింపవలసియుండును. చాలకాలమువరకును, భూమి ఉపరిభాగమున ఈథర్ ప్రవాహముయొక్క ఉనికిని పరిశోధించుటకు భౌతిక శాస్త్రిజ్ఞులు తీవ్ర ప్రయత్నములు గావించిరి. ముఖ్యముగ గుర్తింపదగిన ఈ ప్రయత్నములలో నొకటిని, తిరుగులేదని తోపించునట్టి యుక్తి పద్ధతిని మైకేల్‌సన్ కల్పించెను. దృఢమైన వస్తువుమీద పరావర్తన తలములు పరస్పరము అభిముఖములుగ నుండునట్లు రెండు అద్దములను అమర్చబడినట్లు ఊహింపుడు. ఈథరునకు సంబంధించి, విధానమంతయు నిశ్చలత నున్నయెడల, ఒక అద్దమునుండి మరియొక అద్దమునకు పోయివచ్చుటకు, నిర్దుష్టమగు నిశ్చితమయిన కాలము T ఒక కాంతి కిరణమునకు పట్టును. అయినప్పటికిని అద్దములతోకలసి ఆ వస్తువు ఈథరునకు సాపేక్షముగ కదలుచున్న ఎడల ఈ విధాక్రమమున కాలము స్వల్పవ్యత్యాసముతో T' అని గణన పద్ధతిని కనుగొనబడినది. ఇంకను మరియొక విషయము. ఈథరునకు సంబంధించిన సరళవేగము అని ఈయబడిన అద్దముల తలములకు సమాంతరముగ వస్తువు కదులుచున్నపుడుకంటె లంబముగ వస్తువు చలించు

నపుడు T' కాలము భేదించునని గణనపద్ధతిని చూపింపబడినది ఈ రెండు కాలములకును అంచనా ప్రకారముగల తేడా అతిస్వల్పము. వ్యతికరణ పద్ధతితో ఈ స్వల్పమయిన తేడాను కనిపెట్టుటకు మైకేల్ సన్, మోర్లే అనువారలు ప్రయోగము సల్పిరి. ఈ ప్రయోగము వ్యతిరేక ఫలము నొసగెను. అది భౌతిక శాస్త్రవేత్తలను దిగ్భ్రమ చెందించెను. ఈథరునకు సాపేక్షముగనుండు వస్తువు చలనము చలనపు దిక్కుగా వస్తువునకు సంకోచము కలిగించుననియు పైన ఉదహరించబడిన కాల వ్యత్యాసమును సరిపుచ్చగలిగినంత సంకోచము ఉండుననియు అనుకొనుట మూలమున లారెన్ట్జ్ ఫిట్జరాల్డు అను వారలు సిద్ధాంతమును ఈ చిక్కునుండి తప్పించిరి. సాపేక్షతా సిద్ధాంతరీత్యా ఈ కష్టము సాధింపబడిన క్రమము సక్రమమై యుండునని పండ్రెండవ ప్రకరణములోని చర్చతో పోల్చి చూసిన తెలియుచున్నది. కాని సాపేక్షతా సిద్ధాంతమువలన ఈయబడిన వివరణ విధానము సంతృప్తికరమైనది. ఈ సిద్ధాంతానుసారము ఈథరు అభిప్రాయము ప్రవేశము కల్పించుటకు ప్రత్యేకముగా అభిమానింపబడిన (సాటిలేని) నిర్దేశాంక విధానమువంటిది ఏదియులేదు. కనుక ఈథరు ప్రవాహముగాని దానిని ఋజువుచేయు ప్రయోగముకాని ఉండ నేరవు కనుక ఇందు విశిష్టమగు పరికల్పనల ప్రవేశములేకుండ చలించు వస్తువుల సంకోచము సిద్ధాంతముయొక్క రెండు ముఖ్యనియమములనుండి అనుగమించును. విషయమునకు సంబంధించిన ఒకానొక సందర్భమునందు ఎన్నుకొనబడిన సూచిత వస్తువునకు సంబంధించిన చలనముతప్ప విడిచి, ఈ సంకోచమునకు సంబంధించి (మన మంతపాటి చేయజాలని) ఒక ముఖ్యాకీలకమును (వాని కేవిధమయిన అర్థము తెలుపలేము) చలనముకాదని మనము కనుగొందుము. ఈ విధమున భూమితో చలించు నిర్దేశాంక విధానమునకయిన మైకేల్ సన్, మోర్లే అద్దముల విధానము కుంచింపబడలేదు. పైగా సూర్యునకు సాపేక్షముగ నిశ్చలతనున్న నిర్దేశాంక విధానమునకు కుంచింపబడినది,

# 17

## మిన్ కౌస్కీ - చతుర్మితీయ అంతరాళము

గణిత శాస్త్రములో ప్రవేశములేని యతడు చతుర్మితీయ వస్తువుల మాట వినినంతనే భూతముల భావనతో మేల్కొల్పబడినవాడు భయకంపనలకు లోనయినట్లుగా కన్పించును. అయినప్పటికి మనము నివశించు ప్రపంచము స్థలకాలముల బద్ధమయిన చతుర్మితీయ ఏకాండము అను ప్రవచనమునకు మించి, సామాన్య ప్రవచనము మరొకటిలేదు.

స్థలము త్రిమితీయమగు ఏకాండము. $x, y, z$ అనబడు మూడు అంకముల మూలమున (నిర్దేశాంక మూలమున) ఒక బిందువుయొక్క ఉనికి (నిశ్చలత నున్నపుడు) వివరించుటకు సాధ్యమగుననియు, ఆ మొదటి బిందువుయొక్క $x, y, z$ విలువలకు మనము ఎన్నుకొనదలచినంత సన్నిహితములో వరుస వెంబడిని $x_1, y_1, z_1$ వంటి నిర్దేశాంకముల మూలమున ఉనికిని వివరింపదగిన అనిర్ధారితమగు బిందువుల సంఖ్య $x, y, z$ బిందువునకు పరిసరములో ఉన్నవనియు పై ప్రవచనమున మన భావమైయున్నది. ఈ రెండవ ధర్మముయొక్క శీలమును ఉద్దేశించి ఏకాండము అని మనము భాషితుంము. మూడు నిర్దేశాంకములున్న యాదార్థ్యము గాని దానిని త్రిమితీయముగ నున్నట్లు ప్రవచింతుము.

మిన్ కౌస్కీవలన సంక్షిప్తముగా ప్రపంచము అను వ్యవహరింపబడు భౌతిక దృగ్గోచర ప్రపంచము స్థలకాలభావముతో సహజసిద్ధముగ చతుర్మితీయముగ నున్నది ఎందువలన అనగా $x, y, z$ అను మూడు స్థల నిర్దేశాంకములు $t$ కాలము విలువగల ఒక కాల నిర్దేశాంకము వేరు, వెరసి నాలుగు అంకముల ప్రతి సంఘటనయు వివరింపబడునట్టి ప్రత్యేక సంఘటనలతో అది కూర్చబడినది. ఈ భావమునకూడ ప్రపంచము ఒక ఏకాండమే. ఎందుచేత ననగా మొట్టమొదట ఊహించునట్లు ఒక సంఘ

టనయొక్క $x, y, z, t$ నుండి అనిశ్చితమయిన స్వల్పమొత్తమును భేదించు $x_1, y_1, z_1, t_1$ నిర్దేశాంకములు కలిగి తీసుకొనవలసినన్ని సంఘటనలు ప్రతి సంఘటనకు ఉన్నవి. కనుక ఈ భావమునకూడ ప్రపంచము ఒక ఏకాండము. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము వాడుకకు రాకముందు స్థల నిర్దేశాంకములతో పోల్చి చూచిన తద్భిన్నమయిన అతిస్వతంత్ర మయిన పాత్రను కాలము ధరించెను వాస్తవికమయిన ఈ హేతువున భౌతిక శాస్త్రమునందు ప్రపంచమును చతుర్మితీయమయిన ఏకాండముగా పరిగణించుటకు మనము అలవాటు పడియుండలేము. స్వతంత్రమయిన ఏకాండముగా కాలమును పాటించుట మనకు పరిపాటి అగుటకు ఇదియే కారణము. వాస్తవిక విషయమున సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమున కాలము స్వతంత్రము కలది. అనగా పరమావధి కలది.

నిర్దేశాంక విధానమునందలి చలన విధులకును ఉనికికిని సంబంధించక స్వతంత్రించి యుండెను. $t'=t$ అను గెలిలియన్ రూపాంతర సమీకరణముల తుది సమీకరణమున ఇది వెలువరింపబడుట మనము గమనింతుము.

సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము కాలము స్వతంత్రత పోగొట్టబడినది. కనుక ప్రపంచముగూర్చి చతుర్మితీయ విధానమున ఊహించుట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమున స్వాభావికమై యున్నది. ఈ విషయము లారెన్ట్జ్ రూపాంతర సమీకరణములలో వార్లగవదానివలన చూపబడినది.

$$t^1 = \frac{t - \frac{v\,x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ఇంకనూ ఈ సమీకరణమురీత్యా K కు సంబంధించి రెండు సంఘటనల కాలవ్యత్యాసము $\triangle t$ అంతర్హితమయినను, K' సంబంధించిన ఆ రెండు సంఘటనల కాలవ్యత్యాసము $\triangle t'$ సాధారణముగా తిరోధాన

యొందదు. K కి సంబంధించి కేవలము రెండు సంఘటనల స్థలదూరము K'కి సంబంధించి అవే సంఘటనలయొక్క కాలదూరముగ ఫలించును. కాని సాపేక్షతా సిద్ధాంతపు క్రమాభివృద్ధి ని ముఖ్యమయిన మిన్ కౌస్కి పరిశోధన (పై వివరణమునందు లేదు) సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క చతుర్మితీయమగు స్థలకాల ప్రకాండము అతిముఖ్యములయిన క్రమధర్మము లలో యూక్లిడ్ రేఖా గణిత[1] స్థలముయొక్క త్రిమితీయ ప్రకాండ ము తో అత్యంత సంబంధముచూపును. ఇదియే అతడు గుర్తించిన వాస్తవము. అయినప్పటికిని ఈ సంబంధమునకు తగిన ప్రాముఖ్య మొసంగుటకుగాను ( $t$ కాల నిర్దేశాంకమునకు బదులు $\sqrt{-1}.ct$ అను ఊహా మాత్ర పరిమాణమును $t$ కాల నిర్దేశాంకము స్థానే మనము ప్రతిక్షేపింపవలెను. ఈ పరిస్థితులలో విశిష్టసాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క అవసరములను సంతృప్తిపరచు స్వాభావిక ధర్మములు గురించి మూడు నిర్దేశాంకములు వహించు పాత్రనే, కాలనిర్దేశాంకము వహించు గణితశాస్త్రి రూపములను ఊహింపతగును. మామూలుగా యూక్లిడ్ రేఖా గణితమునందలి మూడు స్థల నిర్దేశాంకములకు ఈ నాలుగు నిర్దేశాంకములు సరిగా సరిపడును. మనకుండు జ్ఞానమునకు ఈ అదనపు పరిజ్ఞానము చేర్చిన ఫలితముగా ఈ సిద్ధాంతము సహజముగనే గణనీయమగు స్పష్టత నందుకొన్నది. గణిత శాస్త్రము రానివానికైనను ఇది విస్పష్టము. స్వల్పములయిన యీ సూచనలు మిన్ కౌస్కి సమకూర్చిన ముఖ్యాతిముఖ్యమగు భావమునకు అస్పష్టమగు అభిప్రాయమును మాత్రమే పాఠకునకు అందీయగలవు. అదిలేకుండా ముందు పుటలలో ప్రధాన భావనములు విస్తరింపబడిన సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతపు సుదీర్ఘ పరివేషము ముందడుగు వేయజాలక పోవును. గణితశాస్త్రమథనములేని ఎవ్వరికయినను మిన్ కౌస్కి కృషి నిస్సందేహముగా దురవగాహమే. కాని

1 కొంచము ఎక్కువ వివరణములతోకూడిన చర్చను రెండవ అనుబంధమున చూడుడు.

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్కగాని ప్రధానాభిప్రాయములను అవగాహన మొనరించుకొనుటకై అతని కృషి యథాతథముగ గ్రహింప వలసిన అవసరములేదు కనుక, దానిని ప్రస్తుతము ఇంతతో విడిచిపెట్టి. రెండవ భాగము తుదిభాగమున మాత్రమే, దానిని ప్రస్తావింతును.

ద్వితీయ భాగము:

# సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము

## 18

## సాపేక్షతా సిద్ధాంతపు విశిష్ట సార్వత్రిక మూలసూత్రము

మన గత సమాలోచనల కన్నిటికి ముఖ్యకీలకమైన మూలసూత్రము విశిష్ట సాపేక్షత మూలసూత్రము. అనగా, సమచలనము లన్నింటికి భౌతిక సాపేక్షత మూలసూత్రము. దీని అర్థము జాగ్రత్తగా తిరిగి విశ్లేషణ మొనరింతుము.

అవి మన కొసగు భావమును లభించిన, సాపేక్షచలనముల ప్రతి చలనము పరిగణింపబడవలెనను సంగతి సర్వదా స్పష్టమగును. మనము తరచుగ వాడిన రైలు కట్ట, రైలు పెట్టె ఉదాహరణను ఎత్తుకొని ఉభయతా సమంజసములగు ఈ దిగువ తెలుపబడిన రెండు వైఖరులలో సంభవించు చలనముయొక్క నిజస్వరూపము వ్యక్తపరుచ వచ్చును.

(ఎ) రైలుకట్టకు సాపేక్షపరముగ రైలుపెట్టె చలనస్థితియున్నది.

(బి) రైలు పెట్టెకు సాపేక్ష పరముగ రైలుకట్ట చలనస్థితి యున్నది.

ఎ — లో రైలుకట్ట, బి — లో రైలుపెట్టె సంభవించు చలన నిర్వచనమున సూచ్య వస్తువుగ ఉపకరించును. చలనమున కనుగొనుటకు గాని, వివరించుటకుగాని సమన్వితమయిన సమస్య యింతమాత్రమే అయినచో సూచ్య వస్తువు ఏది చలనమునకు వర్తించునో యనునది తత్వరీత్యా అంతగా పట్టించుకొనవలసినది లేదు పూర్వమే తెలిసినటుల ఇది సువిదితమే, తత్వముకూడ స్వయంసిద్ధమే. కాని, మన పరిశోధన

లకు ఆధారభూతముగా గ్రహించిన సాపేక్షతా సిద్ధాంత ముఖ్యసూత్ర మనబడు, తదతిరిక్తమైన సంశ్లిష్టనిర్వచనముతో గ్రుచ్చి సమానమని తలచబడరాదు. మనము ఉపయోగించిన సూత్రము, ఏ సంఘటన అయినను వివరించుటకు రైలు పెట్టెనుగాని, రైలు కట్టనుగాని సమాన ప్రతిపత్తితో ఎన్నుకొనవచ్చును అను నిర్ణయముతో ఆగిపోలేము. ఇది యును స్వయంసిద్ధమే. ఈ దిగువ దానినికూడ మన ఉపయుక్తసూత్రము బలపరచు చున్నది.

(ఎ) సూచిత వస్తువుగ రైలు కట్టను

(బి) సూచిత వస్తువుగ రైలు పెట్టెను

ఉపయోగించుటవలన అనుభవమువలన ఆహరించబడిన ప్రకృతి సిద్ధము లగు సార్వత్రిక నియమములను మనము సూత్రబద్ధము కావించినయెడల భౌతిక సామాన్య సూత్రములు (ఉదాహరణకు యాంత్రిక శాస్త్ర నియమ ములు, శూన్యమున కాంతిప్రసరణ సూత్రములు) రెండు పక్షములయం దును కచ్చితముగ సారూప్యము కలిగియుండును. ఈ దిగువ విధమున కూడ దీనిని తెలుపవచ్చును. స్వభావసిద్ధమగు క్రమణికలను కూర్చిన భౌతిక వివరణములకై ఒకటి మరియొకదానితో పోల్చదగిన K, K' అను సూచిత వస్తువులలో ఏవియైనను సర్వాత్మనా సమంజసమైనది కాదు. (అర్థాత్తు ప్రత్యేకముగ గుర్తింపబడినది). మొదటి నిర్వచనమువలె కాకుండ రెండవది అవసరమైన పూర్వసూత్రముగ నిలువనక్కరలేదు. గతిసూచిత వస్తువుల స్వభావముల నిర్ణయమున అది అంతర్భావము నందదు. వానినుండి ఆహరింపబడినదియును కాదు. కేవలము అనుభవము మాత్రమే సమంజస అసమంజసములను నిర్ణయించ గల్గినది.

ఇంతవరకును భౌతిక సూత్రముల నిర్మాణమునకు సంబంధించి K సూచిత వస్తువుల అన్నిటియొక్క సమతుల్యత ఏ ఉపాయమునను నిశ్చ యింపబడలేదు. మన ఆలోచన ఈ దిగువ ప్రణాళికను అనుసరించునది

చలనస్థితికి సంబంధించి గెలిలియన్ సూత్రము అన్వయించు పరిస్థితిలో, K సూచిత వస్తువు ఉన్నది అను భావకల్పనతో తొలుత మనము బయలు దేరితిమి ఒక కణము ఇతర కణములను నుండి చాలినంత దూరములో తొలగింపబడి, దానంతట నిరాటంకముగ (స్వేచ్ఛగ) విడువబడినచో, అది ఒక ఋజురేఖమీదుగ సమవేగముతో సాగిపోవును. K కు (గెలిలియన్ సూచిత వస్తువు) సంబంధించి ప్రకృతి సూత్రములు సాధ్యమైనంత సులభముగ ఉండవలెను. కాని K తోపాటు K' సూచిత వస్తువులన్నిటికిని ఈ అర్థమున ప్రాముఖ్యత నొసగవలెను. ప్రకృతి సామాన్య సూత్రముల నిర్వచనక్రమమున అవి అన్నియు K కు సరిసమానముగ నుండవలెను. అయిన అది పరిభ్రమణ స్వభావమునందని, రేఖాత్మకముగ చలనము కలిగి ఉండవలెను. K కు కచ్చితమగు సమానమైన విలువ కలవిగ ఉండవలెను. ఈ సూచిత వస్తువుల నన్నిటిని గెలిలియన్ పద్ధతిని సూచింపబడిన వస్తువులుగ పరిగణింపవలెను. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము మూలసూత్రముయొక్క సామంజస్యము ఈ సూచిత వస్తువులకు మాత్రమేనని భావింపవలెనేకాని తదితరములకు సంబంధించదు (ఉదాహరణకు వేరు విధమైనగతిని కలిగియున్న వాటికనుట) ఈ అర్థమున మనము సాపేక్షతా విశిష్ట ముఖ్య సూత్రము లేక విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము అని వ్యవహరింతుము.

దీనికి భిన్నముగా సార్వత్రిక సాపేక్షతా మూలసూత్రము వలన ఈ దిగువ నిర్వచనము అవగాహన కావించుకొన గోరుదుము. ముందు తెలువబోవు ఈ నిర్వచనము ఈ దిగువరీతిని ఉండును. "సూచిత వస్తువులు K, K' మొదలగున వన్నియును వాటి గతిస్థితి ఎటులున్నను భౌతిక దృగ్గోచర విషయ వివరణకు (భౌతిక సామాన్య సూత్రములకు రూపము కల్పించుటకు) తుల్యములే" కాని, మనము ముందుకు సాగిపోవుటకు పూర్వము ఈ నిర్వచనక్రమము యింతకన్న అనంతరదశలో వ్యక్తము కాగలదను కారణములచే ఈ సూత్రీకరణముస్థానే గుణాత్మక ప్రధాన సూత్రము నిలుపనగునని సూచింపబడవలెను.

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వముయొక్క అవతరణము సమ్మతింపబడినది. కావున సార్వత్రిక సాపేక్షతాసూత్ర నిర్మాణ ప్రమేయమున నిమగ్నమగు ప్రతి విజ్ఞానియు ఒక అడుగు ముందువేయ సాహసించును. కాని, గోచరితము, విశ్వసనీయము, సులభము అగు సమాలోచనము కనీసము ఈ స్థితిలో అటువంటి ప్రయత్నమునందు జయము ప్రస్తుత మే విధముననైనను, సంశయాస్పదము అనుసూచనలు కనబడును. సమవేగముతో ప్రయాణము చేయుచున్న మన పూర్వస్నేహితుడు రైలు పెట్టెకడకు మన మేగితిమని భావింతము. సమవేగముతో అది సాగిపోవు నంతవరకును, ఆ రైలుపెట్టెలోనున్న వ్యక్తి దాని చలనమును గుర్తింపడు. అతనికి యిష్టము లేకున్నను చలించుచున్నది రైలు కట్ట, నిశ్చలతనున్నది రైలు పెట్టె అని ప్రస్తుతపు సంగతి సందర్భమున అనుకొనును. ఇంకను, విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వమురీత్యా యిట్లనుకొనుట భౌతిక దృష్ట్యాకూడ సర్వాత్మనా సమంజము.

రైలు పెట్టెయొక్క సమగతికి భిన్నముగ మార్పు ఘటింపబడిన యెడల, ఉదాహరణకు, బలవంతముగ బ్రేకులు వేసినపుడు పెట్టెలో నున్న వ్యక్తి దానికి అనుగుణముగ ప్రబలమైన అఘాతమునకు లోనగును. రైలు పెట్టెలోనున్న వ్యక్తికి సాపేక్షముగ వస్తువుల యాంత్రిక నడవడికి గతి మందగింపు స్పష్టముగ తెలియును. ఇది పూర్వసందర్భమునందు అనుకొనిన యాంత్రిక నడవడికి భిన్నముగనున్నది. కనుక నిశ్చలతనుగాని, సమవేగమునున్న రైలు పెట్టెదృష్ట్యా సరిపడిన యాంత్రిక సూత్రములు అసమవేగమున సాగిపోవు రైలు పెట్టెకు సంబంధించి సరిపడు యాంత్రిక సూత్రములు ఒకటే అగుట అసాధ్యముగ కనబడును. అసమవేగముతో సాగు రైలుపెట్టెకు సంబంధించిన అన్ని సంఘటనలయందును గెలీలియన్ సూత్రము సరిపడదవి స్పష్టమగును. ఇందువలన ప్రస్తుతము క్లిష్టస్థితిని సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వమునకు విరుద్ధముగ అసమ వేగ గతికి ఒక విధమైన భౌతిక వాస్తవికత ఒప్పుకొనవలసి ఉండుననిపించును. కాని, ముందు తెలుపబోవుదానినిబట్టి ఈ పర్యవసానము నిలువజాలదని త్వరలో గ్రహింతుము.

# 19

## గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము

మనము ఒక రాతిని ఎత్తి విడిచినయెడల అది భూమిమీదనే ఏల పడవలెను? అందుకు సామాన్యముగా వచ్చు సమాధానము - "అది భూమిచే ఆకర్షింపబడినది కనుక" - "నవ్య భౌతిక విజ్ఞానము ఈ ప్రశ్నకు వేరు విధముగ సమాధాన మొసగును. విద్యుదయస్కాంత దృగ్గోచర విషయమును విశేషశ్రద్ధతో కావించిన పరిశీలన ఫలితముగ, ఏదో ఒక మాధ్యమిక యానముయొక్క ప్రసక్తిలేకుండ దూరమున క్రియాశక్తి అసాధ్యము అను నిర్ణయమునకు వత్తుము. ఉదాహరణమునకు అయస్కాంతము ఒక ఇనుపముక్కను ఆకర్షించినయెడల మధ్యస్థలము శూన్యమైన సరాసరి తద్వారా సరాసరి ఇనుపముక్కమీద అయస్కాంతము పనిచేయునను అర్థగణనముతో మనము తృప్తిపడజాలము. "అయస్కాంత క్షేత్రము" అని మనము వ్యవహరించునటువంటి ఒక పదార్థమును చుట్టుముట్టిన స్థలములో వాస్తవికతకు ఒకానొకటి అయస్కాంతము సముత్పాదించునని ఫారడే ఊహాపద్ధతికి బలవంతముగ మొగ్గుదుము. (ఊహించుట తప్ప గత్యంతరములేని వారమగుదుము) రూఢిగ నిరంకుశత్వమున సాగిపోవు ఈ సంఘటన భావమును సమర్థించుటకై ఇచ్చట చర్చించము. నిస్సహాయముగా నుండుటకన్న ఈ ఊహాసహాయమున సైద్ధాంతికముగ విద్యుదయస్కాంత దృగ్గోచర విషయము ఎక్కువ తృప్తికరముగ వివరింపబడును, అని మాత్రము ఉదాహరింతుము. ఇది విద్యుదయస్కాంత తరంగముల ప్రసారమునకు ముఖ్యముగ వర్తించును. గురుత్వాకర్షణ ఫలితములుకూడ సాదృశ్య పద్ధతిని పరిగణింపబడినవి.

భూమియొక్క చర్య రాతిమీద సూటిగా కాకుండ వేరు విధముగా జరుగును. భూమి తనచుట్టును గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమును కల్పించును.

అది రాతిపై పనిచేసిన పతనగతి కల్గించును. భూమినుండి దూరదూరము లకు సాగిపోవుకొలది నిస్సంశయముగ నిశ్చితమైన సూత్రానుసారము వస్తువుపై జరుగు చర్యయొక్క తీవ్రత తగ్గుచుండును. అది మన అనుభవైకవేద్యము. మన మనుకొనినట్లు దీని అర్థము "పనిచేయు వస్తువులకు దూరముతోపాటు గురుత్వాకర్షణ చర్యయొక్క తగ్గుదల సరిగా చూపించుటకుగాను స్థలమున గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర ధర్మములను విధించు సూత్రము లోపరహితము నిశ్చలమైనట్లుండ వలయును" దీని అర్థము యించుమించు యిటులుండును. "ఒక వస్తువు" (ఉదాహరణమునకు భూమి) తన్ను చేరియున్న పరిసరములలో సక్రమముగ ఒక క్షేత్రమును కల్పించును. గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములయొక్క స్థలమునకు వర్తించు ధర్మములను, శాసించునట్టి సూత్రమువలన వస్తువునుండి దూరదూరముగ తొలగింపబడు ఆయా బిందువులయొద్ద తీవ్రతయు, దిశయు నిర్ణయింపబడును.

విద్యుత్ క్షేత్రమునకు, అయస్కాంత క్షేత్రమునకు భిన్నముగ గురుత్వాకర్షణక్షేత్రము గణనీయమగు ధర్మమును ప్రదర్శించును. ఈ దిగువ కారణములచే దాని ప్రముఖపాత్ర తెలియవచ్చును. గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర ప్రభావమునకు మాత్రమేలోబడి చలించు వస్తువులు, వాటి మూల పదార్థముమీదగాని, వాటి భౌతిక స్థితిమీదగాని వీసమంతైనను ఆధారపడి ఉండనట్టి త్వరణ (Acceleration) ను అందుకొనును. ఉదాహరణమునకు నిశ్చలస్థితి యందుండిగాని, లేక ఒకే ప్రారంభ వేగముతోగాని ఒక సీసపు తునక ఒక కఱ్ఱముక్క శూన్యమున గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమునుండి ఒకేరీతిగ పడును. కచ్చితమైన ఈ సూత్రము ఈ దిగువ సమాలోచన దృష్ట్యా యింకొకవిధముగ వ్యక్తీకరింపవచ్చును.

న్యూటను గతి సూత్రములనుండి ఈ క్రింది సమీకరణమును పొందితిమి.

శక్తి = జడత్వ ద్రవ్యరాశి × త్వరణ

ఇందు జడత్వ ద్రవ్యరాశి (Inertial mass) త్వరణమున్న వస్తువుయొక్క స్థిరలక్షణము. గురుత్వాకర్షణ త్వరణకు కారణభూతమైనచో ఈ క్రింది సమీకరణమును పొందుదుము

శక్తి = (గురుత్వ ద్రవ్యరాశి) × (గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర తీవ్రత)
ఇందు గురుత్వ ద్రవ్యరాశి పూర్వమువలె వస్తువుయొక్క స్థిర లక్షణము. ఈ రెండు విధములగు సమీకరణములనుండి ఈ ఫలితము లభించును:-

$$\text{త్వరణ} = \frac{\text{గురుత్వ ద్రవ్యరాశి}}{\text{జడత్వ ద్రవ్యరాశి}} \times (\text{గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర తీవ్రత})$$

ఇక పదార్థముయొక్క స్వభావముమీద, పరిస్థితిమీద ఆధారపడకుండ త్వరణ యుండినయెడల దత్త గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమునకు సదా ఒకే తీరున ఉండినయెడల గురుత్వ ద్రవ్యరాశికిని, జడ ద్రవ్యరాశికిని గల నిష్పత్తి అన్ని వస్తువులకు ఒకటే అయి ఉండవలెను అని మనము అనుభవమున గ్రహింతుము. తగురీతిని ఎన్నుకొనిన ప్రమాణములతో ఈ నిష్పత్తిని మనము ఏకాంకమునకు సమముగ చేసికొనవచ్చును. ఒక వస్తువుయొక్క గురుత్వాకర్షణ ద్రవ్యరాశి దాని జడ ద్రవ్యరాశికి సమానము.

ఈ ముఖ్యసూత్రము ఇదివరకే యాంత్రిక శాస్త్రమున తెలుపబడినది - అనుటవాస్తవమేకాని అది వివరింపబడలేదు. ఈ దిగువ వాస్తవమున గుర్తించినపుడే తృప్తికరమైన వివరణము లభించును. జడత్వము లేక భారము (బరువు) అని పరిస్థితుల కనుగుణముగ వస్తువుయొక్క ఒకే గుణము వ్యక్తమగును. రాబోవు ప్రకరణమున ఈ విషయము సరిగా ఎంతవరకు నియమబద్ధమో సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క సామాన్య స్వీకృత పక్షమునకు ఎట్లు సంబంధము కలదో నిరూపింతుము.

# 20

## జడత్వ, గురుత్వద్రవ్యరాశులతుల్యత - సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క సామాన్య గృహీతమునకు-వాదముగ

గెలెలీ ప్రాతిపదిక సూత్రమునకు కావలసిన షరతులన్నియును, ఇంచుమించుగ సరిపోవునటుల, నక్షత్రములు తదితర గురుతర ద్రవ్యరాశులనుండి తొలగింపబడిన శూన్యమైన స్థలభాగ మొకటి మన ముందున్నట్లుగ ఊహింతము. నిశ్చలతనున్న బిందువులు నిశ్చలత్వమునను సమవేగముతో సరళ రేఖాగతినున్న బిందువులు శాశ్వతముగ చలనమునను, సాపేక్షముగ నున్న ఈ స్థలభాగమునకు (ప్రపంచము) గెలెలియన్ సూచిత వస్తువును ఎన్నుకొనుట అపుడు సాధ్యమగును. గది, గదిలోపల పరిశీలకుడు, పరిశీలకునకు వలసిన పరికరములు కలవనుకొందము. అట్టి గదిని పోలిన ఒక విశాల మందసము (పెట్టె)ను సూచిత వస్తువుగ ఊహింతము. గురుత్వాకర్షణము ఆ పరిశీలకునకు స్వభావసిద్ధముగ నుండదు. అతడు దారములతో తనను ఆ మందసపు క్రింది పలకమునకు బిగించుకొని యుండవలెను. లేనిపక్షమున క్రింది పలకమునకు కొంచెము ఘాతము కల్గిన ఆఘాతము అతడు గది పై భాగముపై పు (కప్పునకు) మెల్లగా లేచుటకు కారణభూతమగును. ఆపెట్టె మూత మధ్యభాగమునకు వెలుపలితట్టున ఒక కొక్కెము, తాపడముచేయబడినది. దానికొక త్రాడు కట్టబడినది. ఇకఒక ప్రాణి (అది ఏ ప్రాణి అను విషయముతో మనకు నిమిత్తములేదు) స్థిరమైన శక్తితో దానిని లాగ నారంభించును. అప్పుడు పరిశీలకునితోసహా మందసము సమత్వరణగల గతితో పైకి లేవ నారంభించును. త్రాటితో లాగబడనటువంటి మరియొక సూచిత వస్తువునుండి అది అంతయును మనము గమనించుచుండినచో కాల క్రమేణా దానివేగము ఊహాకందని అసాధారణ వేగమును అందుకొనును.

అయితే మందసమునందున్న వ్యక్తి ఈ ప్రక్రియను ఎట్లు పరిగణించును? మందసముయొక్క త్వరణ మందసపు నేలయొక్క ప్రతిచర్యవలన అతనికి పంపబడును. నేలమీద సాగిలపడినట్లు పడకుండ నుండవలెనని కోరుకొనినచో, తన పాదముల సహాయమున ఈ ఒత్తిడిని తట్టుకొనవలెను. భూమిమీద ఒక యింటిగదిలో నిలబడునపుడు సరిగా ఒక వ్యక్తి చేయు విధమున అతడు మందసములో నిలుచుండును. అంతకుముందు తన చేతి యందు పట్టుకొనిన ఒక వస్తువును జారవిడిచినయెడల మందసముయొక్క త్వరణ ఈ వస్తువునకు ఏ మాత్రమును అందింపబడదు ఈ కారణమున సాపేక్షగతి త్వరణతో మందసముయొక్క నేలపై ఆ వస్తువు చేరుకొనును. "ప్రయోగమునకై ఏ రకపు వస్తువు నుపయోగించుట తటస్థించినను మందసపు నేలవైపునకు వస్తువుయొక్క త్వరణ సదా ఒకే పరిమాణమున నుండును".

గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమును గూర్చిన ఈ పరిజ్ఞానమును, గతప్రకరణమున చర్చింపబడిన విధమున ఆధారముగ చేసికొని మందసములోనున్న వక్తి కాలమునకు సంబంధించి స్థిరమైన గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములో తాను, మందసము ఉన్నట్లు పర్యవసానమునకు వచ్చును. కాని ఈ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములోనికి మందసము ఎందుకు పడుటలేదు ? అని ఒక క్షణము అతడు దిగ్భ్రమకు లోనగును. అంతలో అతడు మందసపు మూత మధ్యభాగమునగల కొక్కెమును, దానికి తగిలించిన త్రాడును కనుగొనును. గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములో ఆ మందసము నిశ్చలస్థితిలో వ్రేలాడుచున్నదను తుది నిశ్చయమున కతడు వచ్చును.

ఆ వ్యక్తిని చూచి మనము నవ్వి అతను తుదినిశ్చయమున పొరపడినాడనవలెనా? మనము సంగతముగ నుండగోరిన మన మాతని నిశ్చయమును పరిహసించలేము; పైగా పరిస్థితిని అతడు అవగాహన చేసికొనిన పద్ధతి తర్కమును తెలిసిన యాంత్రికసూత్రములను తప్పి చనలేదని మనము ఒప్పుకొనవలసియున్నది. మొట్టమొదటలో అనుకొనిన గెలిలియన్

స్థలమునను సంబంధించి త్వరణ అధికము కావింపబడుచున్నప్పటికి మందసము నిశ్చలతనున్నదని పరిగణింపలేము. ఒకదాని కొకటి సంబంధించి త్వరణ పెరుగుదలనున్న సూచిత వస్తువులుకూడ కలసివచ్చునట్లుగ సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వమును విస్తృతము కావించుటకు తగిన ఆధారములు మనకు లభ్యమైనవి. తత్ఫలితముగ సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క గృహీతమును సర్వసామాన్యము కావించుటకు, బలీయమైన వాదాంశమున కరగతమైనది ఇందు ఈ క్రింది విషయము జాగ్రత్తతో గుర్తింపవలెను. ఒకే ఒక త్వరణ అన్నివస్తువులకు యిచ్చునట్టి గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముయొక్క ముఖ్యధర్మముమీదను అనగా జడత్వ గురుత్వ ద్రవ్యరాశుల తుల్యతాసూత్రము అనుదానిమీదను పై పద్ధతిని వ్యాఖ్యానించుటలోగల సాధ్యత ఆధారపడియున్నది. ఈ స్వాభావిక సూత్రము ఉండనిచో గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రకల్పనముమీద వ్యక్తి చుట్టునుగల వస్తువుల నడవడిని వివరించుటకు త్వరణలోనున్న మందసమునందలి వ్యక్తి సమర్థుడు కాకుండును. అతని సూచితవస్తువు నిశ్చలతనున్నట్లు ఊహించుటలో అతని అనుభవము ఆధారముగ అతని నిర్ణయము సమంజసము కాదు.

మందసమునందున్న వ్యక్తి మూత లోపలిభాగమునకు త్రాడును బిగించెననియు. తాను రెండవకొనకు ఒక వస్తువును తగిలించెననియు అనుకొందము. అప్పుడు క్రిందికి నిట్టనిలువుగ త్రాడు సాగియుండుట దీనిఫలితము కాగలదు. ఈ తన్యతకు (Tension) గల కారణమును గూర్చి మందసమునందున్న వ్యక్తి అభిప్రాయమును అడిగిన అత డిట్లు సమాధానమీయును. "వ్రేలాడదీయబడిన వస్తువు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములో అధోశక్తిని అనుభవగతము గావించుకొనును. త్రాడుయొక్క తన్యతవలన ఇది ప్రతిహతమగుచున్నది త్రాడు యొక్క తన్యతయొక్క పరిమాణము నిర్ణయించునది వ్రేలాడదీయబడిన వస్తువుయొక్క గురుత్వ ద్రవ్యరాశియైయున్నది" అంతరాళమునందు స్వేచ్ఛగా స్థిమితముగనున్న

మరియొక పరిశీలకుడు వస్తువుల పరిస్థితిని యిట్లు వివరించును. "మందసము యొక్క త్వరణగతిలో బలవంతముగ త్రాడు పాల్గొనును. అది ఈ చలనమును దానికి తగిలించియున్న వస్తువునకు అందించును. వస్తువు త్వరణపై ప్రభావము కనబర్చుటకు సరిగా సరిపోయినంత ఆ త్రాటి తన్యత వున్నది ఆ త్రాడుయొక్క తన్యత పరిమాణమును నిర్ణయించునది వస్తువుయొక్క జడత్వ ద్రవ్యరాశియై యున్నది. ఈ ఉదాహరణము ఆధారముగ గొనినచో సాపేక్ష సిద్ధాంత మూలతత్వ విస్తృతిలో జడత్వ గురుత్వ ద్రవ్యరాశుల తుల్యతా సూత్రముయొక్క ఆవశ్యకత సమన్వయమైనదని గమనింతుము. ఈ విధముగ ఈ సూత్రముయొక్క భౌతికార్థ వివరణము లభ్యమైనది.

త్వరణగతినున్న మందసము గూర్చి చేసిన విచారణములనుండి సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము గురుత్వాకర్షణ సూత్రములమీద ముఖ్యమైన ఫలితముల నందించవలెను. యదార్థమునకు సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క సర్వసామాన్యాభిప్రాయముతో క్రమానుబద్ధమైన అనుసరణ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమువలన సమాధానపరుపబడిన సూత్రములనే పూరించినది. ఇప్పుడు పురోగమించుటకు ముందు ఈ సమాలోచనవలన సూచించబడిన ఒక తప్పుడు భావములకు లోనుగాకూడదని పాఠకులను హెచ్చరింపవలసియున్నది. మొదట ఎన్నుకొనబడిన నిర్దేశాంక విధానమునకు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము వంటిది ఒకటి లేదనునది వాస్తవిక విషయమునకు విరుద్ధమైనను మందసమునందున్న వ్యక్తి నుద్దేశించి ఒక గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమున్నది. ఇప్పుడు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముయొక్క అస్తిత్వమెల్లప్పుడును దృశ్యమానమే అని ఊహించవచ్చును. స్వపరముగ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము లేనటువంటి మరియొక సూచిత వస్తువును మనము సర్వదా ఎంచుకొనుటకు అవకాశమున్నదని అనుకొనవచ్చును. ఉన్నట్టి గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము ఎట్టిదైనను లెక్కింప అవసరములేదు. విశిష్ట స్వరూపమున నున్నవాటినితప్ప విడచి ఇది ఏ విధముగను గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము లన్నిటిపట్ల సత్యము కానేరదు. ఉదాహరణమునకు దాని

వర్ణన నిర్ణయింపబడిన విధమున భూమియొక్క (సర్వసంపూర్ణముగ) గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములేని సూచిత వస్తువును ఎన్నుకొనుట అసాధ్యము.

పదునెనిమిదవ ప్రకరణము చివర సాపేక్షత సిద్ధాంతముయొక్క సర్వసామాన్య సూత్రమునకు వ్యతిరేకముగ ప్రతిపాదించిన వాదము యేల సమ్మతముకాదో యిప్పుడు మనము గ్రహింపగలము. బ్రేకు నుపయోగించిన దానికి ఫలితముగ రైలు పెట్టెలోనున్న ప్రయాణీకుడు ముందునకు తూలిపడుటకు కారణము తెలుసుకోగలడు. మరియు పెట్టె యొక్క అసమగతిలోని(వేగక్షీణత) ఈ ప్రక్రియయందు గుర్తించు ననునది పరమసత్యము. కాని పెట్టెయొక్క వాస్తవ త్వరణకు (వేగ క్షీణతకు) ఈ కుదుపు కారణమని అనుకొనవలసినదిగా ఎవరివలనను అతడు ప్రబోధింపబడలేదు. అతడు తన అనుభవమును ఈ విధముగకూడ వివరింపగలడు. "నాసూచిత వస్తువు (రైలు పెట్టె) శాశ్వత నిశ్చలతనున్నది. దానికి సంబంధించి (బ్రేకులువేయు కాల వ్యవధిలో) పురోభాగమునకు మరలింపబడినదనియు కాలమునకు సంబంధించి మార్పు నందునదియు అగు ఒక గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమున్నది. వెనుకబడుచున్న రైలుకట్ట భూమితో పాటు గతి వేగము విడవకుండ మందగింపబడురీతిని అసమవేగముతో సహా రైలుకట్ట ఆ క్షేత్ర ప్రభావమునకులోనై సాగిపోవును.

# 21

## సాంప్రదాయక యాంత్రిక శాస్త్రముల సూత్రములు విశిష్ట సాపేక్షతా సిదాంతముయొక్క మూలసూత్రములు ఏ ఏ విషయములలో అసంతృప్తికరములుగ నున్నవి?

ఈ దిగువ సూత్రములనుండి సాంప్రదాయక యాంత్రికశాస్త్రము ఆరంభమగుచున్నదని ఇంతకుపూర్వము చాలాసార్లు ప్రవచించియుంటిమి. "ఇతర పదార్థ కణములనుండి తగినంత దూరమునకు తొలగింపబడిన పదార్థ కణములు సమవేగముతో సరళరేఖ మార్గమున సాగిపోవును లేక నిశ్చల స్థితిలో నుండిపోవును". ఒకానొక అనన్యమైన గతి స్థితులను కల్గియుండి ఒకదాని కొకటి సాపేక్షముగ అనువదింపనగు సమవేగమున నున్నట్టి K కి సంబంధించిన వస్తువులకు మాత్రమే ఈ ఆధారసూత్రము సమంజసమేనని పదేపదే నొక్కి చెప్పియుంటిమి. ఇతర సూచితవస్తువులు K కి సాపేక్షముగ ఈ సూత్రము సమంజసము కాదు. సాంప్రదాయక యాంత్రిక శాస్త్రములలోను విశిష్టసాపేక్షతా సిద్ధాంతములోను, ఉభయత్రా అంగీకరింపబడిన స్వాభావిక సూత్రములు సరిపడునని సాపేక్షముగ చెప్పబడినటువంటి K సూచిత వస్తువు లకును, ఈ సూత్రములు సాపేక్షముగ సరిపడనటువంటి K సూచిత వస్తువులకును నడుమగల తేడాను మనము వేర్పరుప గలుగుదుము. కాని ఈ విధమగు పరిస్థితులతో తర్కమాధారముగ వివరించు ఏ వ్యక్తియు యింతటితో సమాధానపడడు. అదియునుగాక అత డీ విధముగ ప్రశ్నించును : "కొన్ని సూచిత వస్తువులు (లేక వాని గతి స్థితులు) తదితర సూచిత వస్తువులు (లేక వాని స్థితిగతులు) కన్న అగ్రస్థాన మీయబడుట యెట్లు తటస్థించును? ఈ ప్రత్యేకతకు కారణమేమి?" ఈ విధముగ ప్రశ్నించుటలో నేను భావించినది స్పష్టము చేయుటకు ఒక సాదృశ్యమును చూపుదును.

ఒక వాయు ప్రావృతశ్రేణియందు నేను నిలుచుంటిని. ఒకదానికి యింకొకటిగ భ్రమింపచేయగలుగు ఒకే పోలికనున్న రెండు మూకుళ్ల

ప్రక్కప్రక్కగ ఆ శ్రేణిని నిలబెట్టబడియున్నవి. ఆ రెండు మూకుళ్ళు సగమువరకు నీటితో నింపబడినవి. ఒకే మూకుడునుండి ఆవిరి పొగలు రేగుట నేను గమనింతును. రెండవదానియం దటులలేదు. వాయు ప్రావృతశ్రేణినిగాని మూకుడునుగాని అంతకుపూర్వము నేనెన్నడును చూడకున్నను పై ఘటనకు నేను ఆశ్చర్యపడుదును రెండవ మూకుడు క్రిందనుండి కాకుండ మొదటి మూకుడు క్రిందనుండి నీలికాంతిగల జ్యోతి ఒకటి ఆవిరిని వెలిజిమ్మచేయుచున్నదని గ్రహించి ఆశ్చర్యపడలేదని నేను చెప్పగలను. ఒకవేళ రెంటియందునను నీలివర్ణాత్మకమైన జ్వాల లేక పోయి ఒకటి ఆవిరిని నిర్గమింపజేయుచు యింకొకటి అటుల చేయకున్న యెడల నేను ఆశ్చర్యచకితుడనై యుందును. మరియు ఆ రెండుమూకుళ్ల యొక్క భిన్నప్రవర్తనకు ఆపాదింపగల్గు పరిస్థితులను కనుగొనునంతవరకు నాకు తృప్తి యుండదు.

K, K' సూచిత విధానమునకు సంబధించి ఆ వస్తువుల భిన్నభిన్న ప్రవర్తనగురించి ఆలోచించి ఆరోపింపవగు. వాస్తవికమగు ఏదేని ఒక హేతువు సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమున (లేక విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమున) ఎంత వెదకినను అది వృధాయే.[1] న్యూటను ఈ ప్రతిబంధకమును గమనించి, దానిని త్రోసిపుచ్చుటకై యత్నించి కృతకృత్యుడు కాలేకపోయెను కాని అందరికన్న చాలా విస్పష్టముగ ఇ మాక్ దీనిని గుర్తించెను. ఈ ప్రతిబంధకమువలననే యాంత్రికశాస్త్రము ఒక నూతన ఆధారసూత్రముపై నిలుపవలెనని అతడు భావించెను. గతి స్థితి ఏదైన ప్పటికి ప్రతియొక సూచిత వస్తువునకును సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమువంటి దాని సమీకరణములు సరిపడును కనుక ఆ సిద్ధాంతమును అనుసరించునట్టి భౌతికశాస్త్ర సహాయమున ఆ ప్రతిబంధకమును తొలగించుకొనవచ్చును.

---

(1) సూచిత వస్తువుయొక్క గతిస్థితి ఆ వస్తువు ఆధారపడియుండుటకు బాహ్యాకారణ మేదియు కోరని స్వభావము కలదైనపుడు ఈ ప్రతిబంధకము చాలముఖ్యమైనదగును. ఉదాహరణము : సూచిత వస్తువు సమవేగమున పరిభ్రమించునట్టి సందర్భము.

# 22

# సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలసూత్రమునుండి వెలువడు కొన్ని నిగమనములు

శుద్ధసైద్ధాంతిక విధానమున సాపేక్షతా సిద్ధాంత సార్వత్రిక సూత్రము గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర ధర్మములను రాబట్టనగు దశకు మనలను చేర్చినదని యిరువదవ ప్రకరణమునందలి సమాలోచనలు నిరూపించును. ఉదాహరణమునకు గెలిలియన్ సూచితవస్తువు K కు సాపేక్షముగ గెలిలియన్ మండలములో సంఘటిల్లు స్వాభావిక ప్రక్రియ నడవడి యెటులున్నను దానియొక్క స్థలకాల ప్రగమనము మనకు తెలియునని అనుకొందము. K కి సాపేక్షముగ త్వరణ అతిశయించునట్టి K′ సూచిత వస్తువు నుండి చూచిన యీ తెలిసియున్న స్వాభావిక విధానము యెట్లు కనిపించునో శుద్ధసైద్ధాంతిక ప్రక్రియల మూలమున (కేవలము గణన విధానమున) మనము కనుగొనగలిగినవారమగుదుము. కాని K′ అను క్రొత్తగ సూచిత సంబంధించి గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముండును. కనుక పరిశీలించిన పద్ధతిని వస్తువునకు గురుత్వాకర్షణక్షేత్ర మెట్లు తన ప్రభావము కనబరచుచున్నదియును కూడ మనము సమాలోచించిన ప్రక్రియ తెలియజేయును

ఉదాహరణమునకు - K కు సంబంధించి (గెలిలి సూత్రానుగుణ్యముగ) సమవేగముతో సరళరేఖా గతిస్థితిలో నున్నటువంటి వస్తువు, అతిశయించుచున్న త్వరణ గతినిగల K′ సూచిత వస్తువునకు (మందసమునకు) సంబంధించి త్వరణతోకూడిన వక్రతాగతిని వస్తువునకు కల్గించుచున్నది. ఈ త్వరణగాని, వంపుగాని K′ కు సాపేక్షముగ వ్యాపించిన గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమున కదలుచున్న వస్తువుమీది ప్రభావమునకు సంబంధించియుండును మన సమాలోచనలవలన మనకు ముఖ్యమైన నూతన విషయమేదియును సమకూర్చబడలేదు ఈ విధమున వస్తువుల చలనములపై గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము ప్రభావము చూపుచున్నదని మనకు విశదమైనది.

అయినను కాంతికిరణ సాదృశ్యమున సమాలోచనలు సాగించి నపుడు అతిముఖ్యమైన సూక్ష్మఫలితమును మనము పొందుదుము. K అను గెలిలియన్ సూచిత వస్తువునకు సంబంధించి అట్టి కాంతికిరణము $c$ గతి వేగములో ఋజుమార్గమున పంపబడినది. త్వరణగల మందసము (K' సూచిత వస్తువునకు) సంబంధించి దానిని గణించినపుడు ఆ కాంతికిరణ మార్గము ఋజురేఖను ఉండదని సులభముగ చూపవచ్చును. దీనినుండి సర్వసామాన్యముగ కాంతి కిరణములు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములలో వక్రమార్గమున ప్రసరింపబడునని మనము తుదినిశ్చయమునకు వత్తుము.

రెండు సందర్భములందు ఈ ఫలితము చాలముఖ్యమైనది. మొద టిది : తొలుత దానిని వాస్తవికతతో పోల్చవచ్చును. ఆచరణమున మన ఆధీనముననున్న గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములకు సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమువలన కాంతి కిరణముల వక్రత స్వల్పాతిస్వల్పముగ మాత్రమే ఉండునని సమస్యను కూలంకషముగ పరీక్షించుటవలన తెలియుచున్నది. కాని సూర్యునినంటి పతనము చెందుచున్న కాంతి కిరణముల లెక్కించిన పరిమాణము 1.7 సెకనుల చాపము. ఇట్లని ఈ దిగువరీతిని స్వయముగ తేటతెల్లము కావింపనగును. భూమినుండి చూడబడిన కొన్ని నక్షత్రములు సూర్యునికి పరిసరముల నున్నట్లు కనుపించును. అందుచేత సంపూర్ణ సూర్యగ్రహణ కాలమున వానిని పరిశీలించుటకు అవకాశము లభించును. అట్టి సమయములందు ఖగోళమున యింకొక భాగమున నున్నపుడు ఆకా శమున వాటి దృశ్యమానమగు స్థానముతో పోల్చబడినపుడు అవి పైన సూచించబడిన మొత్తముచే సూర్యునినుండి విడివడినట్లు కనబడవలయును. దీని ఋజుత్వము లేక ఈ నిగమనముయొక్క పరిశీలన అతిముఖ్యమైన సమస్యగ నున్నది. సాధ్యమైనంత త్వరలో ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలు విడ దీయుదురని ఆశింతుము. రెండవది : విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతములోని ముఖ్యమైన ఊహాకల్పనముల రెండింట ఒకటిగ నేర్పడినదియు యింతకు పూర్వము మనము తరచుగ ఉదహరించినదియు అయినటువంటి "శూన్య తలో కాంతిసరళ వేగస్థిరత్వసూత్రము, సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాం

తానుసారము నిరవధికమగు సామంజస్యమును బడయ జాలదని ఈ ఫలితము చూపును. కాంతి ప్రసారణ సరళవేగము స్థానముతో మారుచున్నపుడు మాత్రమే కాంతికిరణముల వక్రత సంఘటిల్లును దీని ఫలితముగ విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము దానితోపాటు సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యావత్తు బూడిదపాలైనట్లు మన మిక భావించగలము. కాని వాస్తవముగ యిది సరికాదు. సాపేక్షతా సిద్ధాంతము హద్దుకు లోనుగాని సామంజసమును బడయజాలదు - అనిమాత్రము తుది నిశ్చయమునకు వత్తుము. గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర ప్రభావమును దృగ్గోచర విషయములపై మనము త్రోసివుచ్చగల్గు నంతవరకును తత్ఫలితములు సరిపడును. ఉదా: కాంతి సాపేక్షతా సిద్ధాంతమును వ్యతిరేకించువారు సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమువలన విశిష్టసాపేక్షతా సిద్ధాంతము తిరస్కృతము గావింపబడినదని తరచుగా వాదింతురు. కావున సమంజసమైన సాదృశ్యము సహాయమున విషయమునకు చెందిన అంశముల సత్యతను స్పష్టము గావించుట బహుశః యుక్తి సంగతమగును. విద్యుద్గతిశాస్త్రము అభివృద్ధినందకపూర్వము విద్యుత్ స్థితి శాస్త్ర నియమములు విద్యుత్ నియమములుగ భావించబడినవి. ఒకదాని కొకటిగను నిరూపక విధానమునకు సాపేక్షముగ విద్యుత్ ద్రవ్యరాశులు పూర్ణ నిశ్చలతనున్న సందర్భములలో మాత్రమే విద్యుత్ స్థితి శాస్త్రీయ సమాలోచనలనుండి విద్యుత్ క్షేత్రములు సరిగా ఉత్పన్నము కాగలవని ప్రస్తుతము మనకు తెలియును. పై సందర్భము వాస్తవికముగ సాధ్యము కాకపోయినను ఈ కారణము నెత్తుకొని విద్యుత్ గతిశాస్త్రములోని మాక్స్వెల్ యొక్క క్షేత్ర సమీకరణమున విద్యుత్ స్థితి శాస్త్రము తిరస్కృతమైనదని నిజముగ మనము చెప్పగల్గుదుమా? అట్లెంతమాత్రమును కాదు. విద్యుద్గతి శాస్త్రములో

(1) రాయల్ అండ్ రాయల్ అస్ట్రొనామికల్ సొసైటీల సహకార కమిటీ వారిచే సన్నిద్ధము కావింపబడిన రెండు సాహసికయాత్రల సందర్భమున నక్షత్ర ఛాయా చిత్రముల మూలమున సిద్ధాంతమున కవసరమైన కాంతి విపథనము యొక్క అస్తిత్వము 1919, 20 మే తేదిన పట్టిన సూర్యగ్రహణ సమయమున ధృవపరుపబడినది. 3వ అనుబంధము చూడుడు.

ఒక హద్దునకు బద్ధమైన ఒకానొక విషయముగ విద్యుత్‌స్థితి శాస్త్రము నకు స్థానము కలదు కాలమునకు సంబంధించి క్షేత్రములు స్థిరమైనట్టి సందర్భమున విద్యుత్ గతిశాస్త్రి సూత్రములు సూటిగా విద్యుత్ స్థితి శాస్త్రి సూత్రములకు దారితీయును. పరిమితతత్వము సమకూర్చు ఒక విషయముగను సహజీవనముగల్గి ఇంతకన్న అతిశయమైన ఒక బృహత్ సిద్ధాంత పరిచయమునకు తానంతట అదేదారిని సూచించవలెనేగాని అంతకు విశేషించి ఏ భౌతిక సిద్ధాంతమునకును, మనము గమ్యతను విధించ లేము.

గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము లేనపుడు యింతకుముందుగనే తెలుపబడిన స్వాభావికో విధాన సూత్రములయొక్క మార్గానుసారము గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముయొక్క ప్రభావము సైద్ధాంతికముగ వెలువరించుటకు సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు సహాయపడునని యింతకు ముందుగనే పేర్కొనిన కాంతి పారగమన ఉదాహరణమున మనము కనుగొనియుంటిమి. కాని సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము సమస్యను పరిష్కరించు ఉపాయమువంటి అత్యంతాకర్షణీయమగు సమస్య స్వయముగ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమువలన ఋజుత్వము బడసిన నియమములతో సంబంధించినది. కొంచము ఆగి దీనినిగురించి ఆలోచింతము.

స్థలకాల మండలములతో మనము పరిచయము ఏర్పరచుకొని ఉంటిమి. తగురీతి నెన్నుకొనిన సూచిత వస్తువునకు లోనైన గెలిలియన్ నమూనాను అవి వర్తించును. అనగా గురుత్వాకర్షణక్షేత్రము లిందు లేవు. ఏ రకము చలనమునైనను కలిగియున్న K' సూచిత వస్తువునకు అటువంటి మండల మొకదానిని మన మిప్పుడు ఆరోపించినఎడల K' నకు సాపేక్షముగ స్థల కాలములకు సంబంధించి మారుచుండు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము సంస్థితమై యుండును[1]. ఈ క్షేత్ర స్వభావము K' కు ఎంచుకొనిన చలనముమీద ఆధారపడియుండును. సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతరీత్యా పై విధముగ పొందనగును. గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము

1. ఇది 20 వ ప్రకరణమునందలి చర్చానమీకలనమునసుసరించును.

లన్నింటికిని గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర సర్వసామాన్య సూత్రములు సంతృప్తి గనవలెను. ఈ విధమున గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములన్నియు ఏ మార్గము నను ఉత్పన్నము గావింపబడ లేనప్పటికిని, ఒకానొక ప్రత్యేక రకమునకు చెందినటువంటి గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములనుండి సర్వ సామాన్యమగు గురుత్వాకర్షణ సూత్రము కల్పించబడవచ్చునని మన మూహించవచ్చును. అతి సుందరముగ ఈ ఆశ సాధింపబడినది. కాని, విస్పష్టముగ గోచరించు దృశ్యమునకును, దానిని వాస్తవముగ సాధించుటకును నడుమను కష్టాతి కష్టమైన ఆటంకమును తొలగించుట అవసరము. ఇది లోతుగ పాతు కొనుటచేత దానిని పాఠకులకు తెలుపకుండ ఉండలేను. ఇంక స్థలకాల ఏకాండము గూర్చి మన అభిప్రాయములను విస్తరింపజేయుట మన విధి.

# 23

## పరిభ్రమించు సూచిత వస్తువుపై గడియారములు కొలత కడ్డీలు ప్రవర్తించు విధము

సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత సందర్భమున స్థలకాల దత్తాంశముల యొక్క భౌతిక వివరణమును గురించి యింతవరకు ఉద్దేశ్య పూర్వకముగనే నేను తెలుపలేదు. ఏతత్ఫలితముగ విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము నుండి మనకు తెలిసినంతవరకు ఒక విధముగ అనవసరముగ కాలయాపనము చేసితిమి. ఆ విషయమున నేను దోషినైతిని. మరి యిక ఇప్పుడు ఆలోచనమునకు ప్రతిక్రియచేయు సమయ మాసన్నమైనది. కాని ఈ విషయము పాఠకుని సహనముపైనను, ఆతని ప్రత్యేక భావనాశక్తి మీదను హెచ్చుభారము వహించునని ఆదియందే చెప్పక తప్పదు.

ఇంతకుముందు తరచుగ ఉపయోగించిన పూర్తిగ విశిష్టమైన సందర్భములతో మన మారంభింతుము 'చలనస్థితి అనుకూలముగ ఎన్నుకొనబడిన K సూచిత వస్తువునకు సాపేక్షముగ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముండని స్థలకాల మండలమును తీసికొందము. అట్లు అనుకొనిన మండలములకు సంబంధించి K అప్పుడు గెలిలియన్ సూచిత వస్తువగును. మరియు విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంత ఫలితములు K కి సాపేక్షముగ సరిపడును. K కి సంబంధించి సమవేగముతో పరిభ్రమించుచున్న K' అను రెండవ సూచిత వస్తువునకు సంబంధించిన మండలముకూడ అదే అని అనుకొందము. కేంద్రమునకు సంబంధించి తన తలమున సమవేగముతో పరిభ్రమించునట్టి సమతల వృత్తాకారపు బిళ్ళ ఆకృతిని K' ఉన్నట్లుగ మన అభిప్రాయములు స్థిర మొనర్చుకొనుటకై ఊహింతము K' బిళ్లమీద వివరీత పద్ధతిని కూర్చుండిన ఒక పరిశీలకుడు పార్శ్వదిశలో ఒక శక్తి పనిచేయుట గుర్తించును. ప్రప్రథమ వస్తువు K' కు సంబంధించి నిశ్చలతనున్న పరిశీలకునివలన అది జడత్వ ఫలితముగ (కేంద్ర విముఖశక్తిగ) దానిని వ్యాఖ్యానించును.

కాని బిళ్ళమీదనున్న పరిశీలకుడు తానుండిన చక్రాకారపు బిళ్ళను నిశ్చలతనున్న సూచిత వస్తువుగ పరిగణించును. సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ఆధారమున అత డట్లు భావించుట సమంజసమే అగును. తనమీదను, వాస్తవమునకు చక్రాకారపు బిళ్ళకు సాపేక్షముగ నిశ్చలతనున్న తదితర వస్తువు లన్నింటిమీదను పనిచేయు శక్తిని అతడు గురుత్వాకర్షణక్షేత్ర ఫలితముగ లెక్కించును. అయినప్పటికి ఈ గురుత్వాకర్షణక్షేత్రముయొక్క స్థల వితరణము న్యూటను గురుత్వా ర్షణ సిద్ధాంతము మీద సాధింపరాని ఒక ప్రత్యేకత కలదియైయున్నది[1]. కాని పరిశీలకుడు సార్వత్రిక సాపేక్ష సిద్ధాంతమును విశ్వసించును కనుక యిది అతనిని కలవరపెట్టదు. సరిగా నక్షత్ర గతులనేకాక తన అనుభవగతమైన శక్తి క్షేత్రమును కూడా అర్థవివరణము కావింపగల సూత్రమును సార్వత్రిక గురుత్వాకర్షణ నియమము సూత్రీకరింపగలదని విశ్వసించునపుడు అతను కేవలము సరియగు మార్గముననే ఉన్నాడు.

గడియారములు, కొలత కడ్డీలు తీసికొని తన వృత్తాకారపు బిళ్లపై పరిశీలకుడు ప్రయోగమును చేయును. అట్లు చేయుటలో K′ బిళ్ళకు సంబంధించిన స్థలకాల మూల సిద్ధాంతముల భావముగూర్చి తన పరిశీలన మీద ఆధారపడి యున్నటువంటి సరియైన నిర్వచనములు సాధించుట అతని ఉద్దేశ్యము. ఈ ఉద్యమమున అతని అనుభవమేమి ?

చక్రాకారపు బిళ్ళకు సాపేక్షముగ నిశ్చలత నుండునట్లు చక్రాకారపు బిళ్ళయొక్క కేంద్రమువద్ద ఒకదానిని, అంచువద్ద మరియొకదానిని, సరిసమానముగ తయారుచేయబడిన రెండు గడియారముల రెండు ప్రదేశములను వుంచుటతో అతడు తన ప్రయోగమును మొదలిడును.

---

1. చక్రాకార బిళ్ళ కేంద్రమున ఈ క్షేత్రము కానరాదు. మరియు మనము వెలుపలకు సాగిపోవుకొలది ఈ క్షేత్రము కేంద్రమునుండి గల దూరమునకు సంబంధ సామ్యముతో వృద్ధి నొందును.

పరిభ్రమింపని గెలిలియన్ సూచిత వస్తువు K యొక్క దృక్పథమునుండి సమాన వేగముతో ఆ రెండు గడియారములు పోవుచున్నవా అని మనము ప్రశ్నింతము ఈ వస్తువునుండి నిర్ణయించిన చక్రాకారపు బిళ్ళయొక్క కేంద్రముననున్న గడియారమునకు సరళవేగములేదు. అంచువద్దనున్న గడియారము పరిభ్రమణ ప్రతిఫలముగ K కి సాపేక్షముగ చలనమున నున్నది దీనితో వెంటనే పన్నెండవ ప్రకరణమున పొందిన ఫలితము ననుసరించి K నుండి పరిశీలించునపుడు అంచుననున్న గడియారము కేంద్ర మువద్దనున్న గడియారముకన్న సదామందతర వేగమున పోవునని తెలి యును కేంద్రమువద్ద గడియారమునకు ప్రక్కప్రక్కగ కూర్చుండినట్లు మనము ఊహించిన పరిశీలకునివలన అదే ఫలితము గుర్తింపబడుట స్పష్ట మగును. ఈ విధముగ బిళ్ళమీదను, యింకా సర్వసాధారణ సందర్భ ములలోను ప్రతి గురుత్వాకర్ష క్షేత్రములోను గడియారము నెలకొల్ప బడిన స్థానమునకు (నిశ్చలత) అను గుణముగ అది ఎక్కువ త్వరగాగాని తక్కువ త్వరగాగాని పోవును. ఈ హేతువుచే సూచిత వస్తువునకు సంబం ధించి నిశ్చలస్థితియం దమర్చబడిన గడియారముల సహాయమున కాల మునకు సరియైన నిర్వచనము పనయుట సాధ్యముకాదు అట్టి సందర్భ మునందు మనము యిదివరలోనే యుగపత్కాల నిర్వచనము ఉపయోగిం చుటకు పూనుకొనినపుడు అటువంటి చిక్కే సహజముగ తటస్థమగును. ఈ సమస్యను యింతకన్నలోతుగ ఆలోచించ తలచలేదు.

అటుపై ఈ దిశయందు స్థల నిర్దేశాంకముల నిర్వచనము కూడ దుష్కరమైన చిక్కులను తెచ్చిపెట్టును. పన్నెండవ ప్రకరణమురీత్యా చలనము దిక్కుగ చలించు వస్తువులకు హ్రస్వము అను బాధ తటస్థిం చును. కనుక గెలిలియన్ పద్ధతి ననుసరించి నిర్ణయించిన కడ్డీ పొడవు ఒకటికన్న తక్కువగనుండును. కనుక (బిళ్ళయొక్క అర్థ వ్యాసముతో పోల్చి చూచిన పొట్టిగనుండు కొలత కడ్డీని పరిశీలనపుడు ప్రమాణమును

గ్రహించి) బిళ్ళయొక్క అంచునకు స్పర్శరేఖా మార్గమున ఉపయోగించిన యెడల ఆ కొలత కడ్డీ ఒకటికన్న తకు వగును. ఇంక మరి వ్యాసార్థము దిక్కుగ బిళ్ళకు కొలత కడ్డీని వుపయోగించిన యెడల K నుండి నిర్ణయించిన ప్రకారము ఆ కొలత కడ్డీకి పొడవునందు తగ్గుదల అనుభవగతము కాదు. అప్పుడు పరిశీలకుడు తన కొలత కడ్డీతో మొట్టమొదట బిళ్లయొక్క పరిధిని కొలచి తదుపరి బిళ్లయొక్క వ్యాసమును కొలిచి ఒకదానిని మరియొకదానిచే భాగించిన వచ్చు పిథక్తము మనకు పరిచితమైన π = 3.14........ సంఖ్యను కాకుండ అ తకంటే ఎక్కువ సంఖ్యను పొందును[1]. అయితే K కి సంబధించి నిశ్చలతనున్న చక్రాకారపు బిళ్లతో ఈ ప్రయోగము చేసిన, సరిగగా విలువయే వచ్చును. అన్ని స్థానములయందును ఎల్ల అభిప్తాపముల యందును కొలత కడ్డీ పొడవు ఒకటి అని ఆరోపించినప్పటికిని పరిభ్రమించుచున్న బిళ్లపైగాని సర్వసాధారణముగ ఒక గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములోకాని యూక్లిడ్ క్షేత్ర గణితమందలి ప్రమేయములు కచ్చితముగ సరిపడవని పై విషయము ఋజువు చేయును. ఇందువలన సరళరేఖ మీది అభిప్రాయములు అర్థరహితములగును. కనుక విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునుగూర్చి చర్చించునపుడు ఉపయోగించిన సాధన పద్ధతివలన బిళ్లకు సాపేక్షముగ $x, y, z$ నిర్దేశాంకములను నిర్దుష్టముగ నిర్వచింపలేని స్థితియందున్నాము మరియు నిర్దేశాంకములు ఘటనా కాలములు నిర్వచింపబడనంతవరకు అవి తటస్థించు స్వాభావిక సూత్రములకు సరియైన అర్థమును మనము ఈయలేము. ఈ విధమున సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ఆధారమున

(1) K కి సాపేక్షముగ (K' కి సాపేక్షముగ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము వ్యాపించును) విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క ఫలితముల ఋజుత్వము కేవలము మనము ఆరోపించుకొనునది గనుక సమాలోచన కంతకు సూచిత వస్తువుగ (పరిభ్రమింపని) గెలిలియన్ విధానమున మనము ఉపయోగించవలెను.

గావించిన వెనుకటి నిర్ణయములన్నియు సమంజసములేనా అని ప్రశ్నించవలసి వచ్చును. వాస్తవమునకు సరిగా సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క గృహీతమును ఉపయోగించుటకై సూక్ష్మాతిసూక్ష్మ పరిశీలనము చేయవలసియున్నది. అందులకై పాఠకుని రాబోవు విషయభాగములయందు సుపరిచితుని కావింతును.

# 24

## యూక్లిడియన్ మరియు యూక్లిడియన్ కాని ఏకాండము

నాముందొక పాలరాతి ఫలకమున్నది. ఉపరితలము విస్తృతమై యున్నది. ఆ బల్లమీద ఒక్కొక్క బిందువునుండి దాని సన్నిహిత బిందువునకు అవిరామముగా నేను పోగలను. ఈ విధానమును పెక్కుతడవులు అతిక్రమించుచు, ఆ పలకమీది ఒక బిందువునుండి మరియొక బిందువును చేరగలను లేక దీనినే యింకొక విధముగ వివరించవచ్చును. దుముకకుండ ఒక బిందువునుండి మరియొక బిందువునకు పోవుటవలన ఆ కార్య మొనర్పగలము. ఇందు "సన్నిహితము" "దుముకుట" అని మాటలలోనే నా భావము సరిపడినంత స్పష్టముగ చెప్పితినని పాఠకుడు తప్పక ప్రశంసించునని నమ్మెదను (అతడు విద్యాగర్విష్టుడుమాత్రము కాకున్న యెడల) ఉపరితలము యొక్క ఈ ధర్మమును ఏకాండము లేక నైరంతర్యము (Continuum) అను పదముతో విస్పష్టము చేయగలము. పాలరాతి ఫలకముతో పోల్చి చూచిన ప్రమాణమున పొట్టిగనుండి సమానమైన పొడవుగల బహుసంఖ్యాకములైన కడ్డీలు కలవని ఊహింతము. అవి సమాన పొడవుగల వనుటలో వానిని ఒకదానిపై ఒకటి వుంచిన ఆ రెండిటి కొనలు ఒకదాని నొకటి అతిక్రమించవని నా భావన. కర్ణములు సమానమైన పొడవుగ నున్నట్లు ఆ చిన్న కడ్డీలు నాల్గింటిని చతుర్భుజాకారముగ (నలుచదరము) ఏర్పరచితిని. ఆ కర్ణముల సమానత్వము ప్రత్యక్షీకరించు కొనుటకై ఒక చిన్నశోధన కడ్డిని ఉపయోగించనగును. ఒక చదరము యొక్క కడ్డీ ఇంకొక చదరమునకు సరిసమానమైనదిగా నుండునట్లు మొదటి చదరమునకు సరిసమానమగు చదరములను కల్పుకొనుచు పోదగును. పాలరాతి ఫలకము యావత్తు సమ చతుర్భుజములతో పరచుకొనుచు నిండిపోవుటుల చేయుచు పోవలెను. ఒక చద

రముయొక్క ప్రతి భుజము రెండు చదరములకును ప్రతియొక్క మూల నాలుగు చదరములకును చెందునట్లు పై అమరిక ఉండవలెను.

విశేషించినంత పెద్ద శ్రమ యేమియును లేకుండగనే ఈ రచన నిర్వహించుకొన వచ్చుననుట వాస్తవముగ చిత్రమే. ఈ దిగువ విషయమును గూర్చి మనముమాత్రము ఆలోచించవలసి యుండును. ఏ సమయమునను మూడు చదరములు ఒక మూలను కలసినయెడల అపుడు అంతర్గతమే నాల్గో చదరము యొక్క రెండు భుజములు ఏర్పరుపబడి యుండును. ఏ తత్ఫలితముగ చదరము యొక్క మిగిలిన రెండు భుజములయొక్క అమరికయు అంతకుపూర్వము పూర్తిగ నిశ్చయింపబడియున్నది. దాని కర్ణములు సమానముగ నుండునట్లు చతుర్భుజము సవరించుట నావలన కాకుండును. అవి తమకు తాముగ సమానమైనయెడల పాలరాతి ఫలకముయొక్క చిన్న కడ్డీల విశిష్టమైన అనుగ్రహమును నేను ఆశ్చర్యముతో అభినందించవలసి యుండును. నిర్మాణము జయప్రదము కావలయుననిన అటువంటి వింతలు చాల మన అనుభవమునకు వచ్చును.

ప్రతి విషయము వాస్తవమునకు సక్రమముగ జరిగిపోయినయెడల దూరము (రేఖాంతరము) అని వ్యవహరింపబడిన ఆ చిన్న కడ్డీకి సంబంధించి పాలరాతి ఫలకను యూక్లిడియన్ ఏకాండముగ యేర్పడెనని నేను పలుకుదును. ఒక చదరముయొక్క మూలను [మూలస్థానముగ] నెంచుకొని రెండు సంఖ్యల సహాయమున మూలస్థానమునకు సంబంధించి ప్రతి చదరముయొక్క మూల గుణలక్షణముల వివరింపగలను. మూలస్థానము మొదలిడుకొని విచారణచేయు చదరము చేయుటకు కుడివేపునకు, పిదప మీదికిని నేను సాగినపుడు ఎన్ని కడ్డీలను దాటవలసియుండును అను విషయమును మాత్రము నేను విశదీకరింపవలసి యుండును. ఈ చిన్న కడ్డీల అమరిక మూలమున నిర్ణయింపబడు కార్టీషియన్ నిర్దేశాంక

విధానమునకు సంబంధించి ఆ రెండు సంఖ్యలు, ఆ మూలయొక్క కార్టీషియన్ నిర్దేశాంకములుగ నున్నది.

ఈ సంభావిత ప్రయోగమునకు ఈ దిగువ సవరణము వినియోగించి ప్రయోగము విజయవంతముకాని సందర్భములు కూడ నుండవలయునని మనము గుర్తింతుము. ఉష్ణోగ్రతాధిక్యమునకు సమ సంబంధసామ్యమున ఆ కడ్డీలు వ్యాకోచమందెనని అనుకొందము. అపుడు ఆ బల్లమీద ప్రతి దళము చిన్న కడ్డిలలో రెండు ఏకీభవించునట్లుగ ఏర్పరుపగలము. జాతి పలక మధ్యభాగము మాత్రమే, చుట్టు కొలత కాకుండ, మనము వెచ్చ చేయుదుము. బల్లకు వెలుపలి భాగముననున్న కడ్డీలు వ్యాకోచము చెందకుండ మధ్య ప్రదేశమునందలి కడ్డీలు వ్యాకోచము చెందుటచేత వెచ్చదనము చేయునపుడు మన చదరముల నిర్మాణక్రమము అవశ్యము తారుమారగును.

పై నిర్మాణక్రమము తారుమారగుటవలన యేక సంఖ్యాక ప్రమాణముగ నిర్వచించబడిన చిన్న కడ్డీలకు సంబంధించి యూక్లిడియన్ ప్రకాండముగ పాలరాతి పలక మరి నిలువజాలదు ఆ కడ్డీల సహాయమును గాని సూటిగ కార్టీషియన్ నిర్దేశాంకములను నిర్వచించలేని పరిస్థితికి వత్తుము. ఇదే వరుసను ఆ చిన్న కడ్డీలకు ఉష్ణోగ్రతా ప్రభావమునకు లోనుగాని యితర వస్తువులు (అసలు అటువంటివి లేకుండ ఉండవచ్చును) ఉన్నవి గనుక పాలరాతి పలక యూక్లిడియన్ ప్రకాండముగ నున్నదను లక్ష్యమును అతి స్వాభావికముగ నిలచుటకు సాధ్యమగును. కొలత విధానమును గూర్చిగాని, లేక పొడవుల తారతమ్యములను గురించిగాని సూక్ష్మతరమైన భావితములను సమకూర్చుకొని చో ఈ రచన తృప్తికరముగ చేయవచ్చును. ప్రతియొక్క రకమునకైన (అనగా ఏ పదార్థముతో నిర్మితమైనదైనను) కడ్డీలు వ్యత్యస్తముగ వెచ్చ చేయబడు పాలరాతి ఫలకముమీద నున్నపుడు, ఉష్ణోగ్రతా ప్రభావమునకు సంబంధించి ఒకే విధమున వర్తించినయెడల, పైన వివరింపబడిన సాదృశ్య ప్రయోగములో

మన కడ్డీలు క్షేత్రగణితపద్ధతి నడవడికన్న ఉష్ణోగ్రతా ఫలితములు గుర్తించుటకు వేరు విధానము లేకపోయినయెడల, మన కడ్డీలయందొకదాని రెండు కొనలను ఫలకముమీది రెండు బిందువులతో ఏకీభవించునట్లు చేయగల్గినయెడల ఆ ఫలకముమీది రెండు బిందువులకు ఒక దూరము నిర్ణీతము చేయుటయే మనకు ఉత్తమమైన ఉపాయము. ఏలనన, పట్టుదల ప్రధానముగ హేతుబద్ధముకాకుండ పెద్దఎత్తున మనక్రమము వ్యవహరింపబడకుండ దూరము అనునది మనమిట్లు నిర్వచింతుము. కార్టీషియన్ నిర్దేశాంక విధానము త్రోసివేయబడవలెను. [1] దృఢమైన వస్తువులకు యూక్లిడియన్ క్షేత్ర గణితముకృప్యా సమంజసముకాని మరియొక విధానము ఆ స్థానమున నిలుపవలయును. ఇందు వివరింపబడిన పరిస్థితి సాపేక్ష సిద్ధాంతముయొక్క సర్వసాధారణ గృహీతము (23 వ ప్రకరణము) మూలమున రాబట్టిన దానికి అనుగుణముగ నుండునని పాఠకులు గుర్తించవచ్చును.

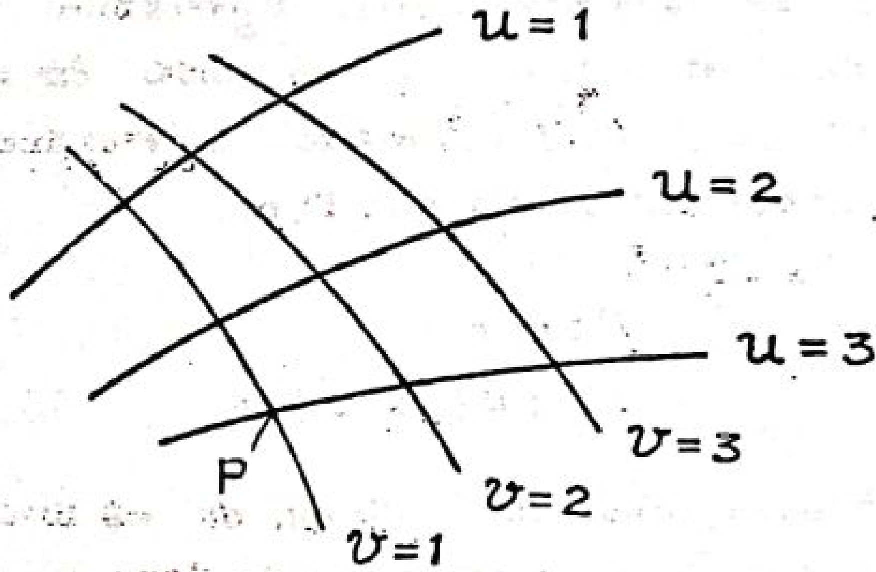
---

(1) గణిత శాస్త్రజ్ఞులు మన సమస్యను ఈ విధముగ ఎదుర్కొనిరి. యూక్లిడియన్ త్రిమితీయ స్థలములో ఉపరితలము (దీర్ఘవృత్తజము) ఈయబడినయెడల సమముగ తలమునకు సరాసరిగ ఉన్నంత ద్విమితీయ రేఖా గణితము ఆ ఉపరితలమున కుండును. త్రిమితీయ యూక్లిడియన్ ఏకాండమునకు ఈ ఉపరిభాగము చెందునను సంభవనీయమును ఉపయోగింపకుండ, మొదటి మూల తత్వమునుండి ద్విమితీయ రేఖా గణితము సాధించు దుర్ఘటకార్యమునకు (గాస్) అను గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు పూనుకొనెను. (పాలరాతి పలకమీద పుపయోగించినట్టి పూర్వపుమాదిరివంటి వానిని) ఉపరిభాగమున దృఢమైన కడ్డీలతో నిర్మాణము జరుగబడినటుల ఊహించినయెడల యూక్లిడియన్ క్షేత్ర రేఖా గణితముయొక్క ప్రాతిపదికమీద వచ్చు సూత్రములకంటె భిన్నసూత్రములు వానికి సరిపడునని మనము కనుగొందుము. కడ్డీలకు సంబంధించి ఉపరితలము యూక్లిడియన్ ఏకాండము కాదు. ఉపరి భాగములు కార్టీషియన్ నిర్దేశాంకములచే నిర్వచింపనేరము. ఉపరి భాగమున రేఖా గణిత సంబంధ మర్యాదను పాటించునట్టి మూలసిద్ధాంతములను గాస్ సూచించెను. బహు ప్రమాణాత్మకమగు యూక్లిడ్‌నకు చెందని ఏకాండము ప్రస్తావించిన రీమన్ విధానమునకు మార్గమును సూచించెను. సాపేక్ష సిద్ధాంతమునకు సర్వసామాన్య గృహీతము తీసికొనిపోవు వ్యావహారిక చిక్కులను ఆ విధముగ గణిత శాస్త్రజ్ఞులు చాలకాలము క్రితమే సాధించియుండిరి.

# 25

## గాసియన్ నిర్దేశాంకములు

గాస్ పద్ధతి ననుసరించి, వైశ్లేషిక విధిని రేఖా గణిత పద్ధతిని జోడించి, ఈ సమస్యలను లక్షించి ఈ దిగువ ప్రకారము నిర్ణయమునకు వత్తుము (4వ పటము చూడుడు.) బల్ల ఉపరితలపై గీయబడిన ఇచ్ఛానుగతిక వక్రరేఖా విధానమును ఊహింతము. వీనిని మనము *u* వక్రరేఖ




పటము 4

లని పేరిడుదము. ప్రతి యొకదానిని ఒక్కొక్క సంఖ్య మూలమున సూచింతము. రేఖాచిత్రమున $u=1$, $u=2$, $u=3$ అనునవి గీయబడిన వక్రరేఖలు $u=1$, $u=2$ అను వక్రములమధ్య అనంత సంఖ్యాకములయినవియూ, అవి అన్నియు 1, 2 సంఖ్యల మధ్యన వాస్తవిక సంఖ్యలకు అనుసంబంధించినవియూ, రేఖలు గీయబడివవని ఊహింతము. ఇప్పుడు *u* వక్రముల విధానము తటస్థించినది. దట్టము, అనంతమూ అగు ఈ రేఖా విధానము బల్ల ఉపరి భాగమునంతయు ఆక్రమించును. ఈ *u*

వక్రములు ఒకదాని నొకటి ఖండించుకొనరాదు. ఉపరి భాగముయొక్క ప్రతియొక్క బిందువుగుండా ఒకేఒక వక్ర రేఖ పోవుచుండవలెను. పాల జాతి వలక ఉపరిభాగమున ప్రతి యొక బిందువునకూ, పూర్తిగా నిర్ణీత మైన విలువ $u$ ఏర్పడును. అదే విధమున, ఉపరిభాగమున గీయబడిన "$u$" వ్రక రేఖా విధానమునుంతము.ఇ ఊహి వి "$u$" వక్రముల పరతు లన్నియు పూరణ మొనరించును. ఒక్కొక్క దానికి తదను బంధమున ఒక్కొక్క సంఖ్య వానికి సంకల్పింపబడెను. ఇవికూడ వెనుకటివలెనే హేతుబద్ధములుగా ఉండవచ్చును. ఆ బల్ల ఉపరిభాగమున ప్రతి బిందువు నకు ఒక్కొక్క "$u$" విలువ "$v$" విలువ కలిగియుండును. ఈ రెండు సంఖ్యలనూ బల్ల ఉపరి భాగముయొక్క నిర్దేశాంకములు (గాసియన్ నిర్దేశాంకములు) అని అందుము. ఉదాహరణమునకు రేఖా పటమున P అను బిందువు $u=3$, $v=1$ అను గాసియన్ నిర్దేశాంకములను గలిగి ఉన్నది. ఉపరిభాగమున పరిసరమున P. P' లు

$$P : u, v$$
$$P'^1 : u+du, v+dv$$

లకు అను సంబంధించియుండును. ఇందు $du$, $dv$ అతి సూక్ష్మ సంఖ్య లను సూచించును (అతి సూక్ష్మ సంఖ్యా సాంకేతికముగ నుండును) ఇదే విధమున ఒక చిన్నకడ్డీతో కొలువబడి $ds$ అను సూక్ష్మ సంఖ్యా మూలమున P, P¹ లమధ్య గతదూరమును (భేఖాంతరము) మనము సూచించవచ్చును అప్పుడు గాస్ సిద్ధాంతరీత్యా

$$ds^2=g_{11}du^2+2g_{12}\, dudv+g_{22}dv^2$$

వచ్చును ఇందు $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$ లు $u$ $v$ మీద పూర్తిగ విధిని ఆధారపడియున్న పరిమాణములు $u$ వక్రము, $v$ వక్రములకు సాపేక్షముగ కడ్డీల నడవడికను నిర్ణయించును. ఈ విధమున బల్లయొక్క ఉపరి భాగ

ఘునకు సాపేక్షతయూ నిర్ణయమగును. ఈ సందర్భమున చర్చితమైన ఉపరి భాగమునన్న బిందువుల సందర్భమున కొలత కడ్డీలతో సూచింప బడిన యూక్లిడియన్ ఏకాండము ఏర్పడును ఈ సందర్భమున మాత్రము

$$ds^2 = du^2 + dv^2$$

అవి సులభముగ వచ్చునట్లుగ సంఖ్యాక్రమబద్ధముగ '$u$' వక్రములు, '$v$' వక్రములు గీయుట సాధ్యమగును. ఈ పరిస్థితులలో యూక్లిడియన్ రేఖా గణితముయొక్క భావమున '$u$' వక్రములు '$v$' వక్రములు సరళ రేఖలు. మరియు, అవి ఒకదాని కొకటి లంబముగ నున్నవి—ఇక అప్పుడు గాసియన్ నిర్దేశాంకములు కార్టిషియన్ నిర్దేశాంకములే అగును. "స్థల ములో (in space) సన్నిహిత బిందువులతో కూడియుండి, సంఖ్యానికవు విలువలయందు ఒకదానినుండి ఒకటి ఇంచుక భేదిల్లునట్టి స్వభావము గలిగి యుండి, చర్చితమైన ఉపరితల బిందువులతో రెండువర్గముల కయిన సంఖ్యల కలయికతప్ప విడిచి గాస్ నిర్దేశాంకములు వేరేమియు కావని" స్పష్టమగును.

ఇంతవరకును ఈ సమాలోచనలు ద్విమితీయమగు ఏకాండమునకు సరిపడును ముందు, నాలుగు మరియు అంతకుమించిన "మితు"ల ఏకాం డమునకు గాసియన్ విధానమును వినియోగించవచ్చును. ఉదాహర ణమునకు నాలుగు మితులుగల ఏకాండము అందుబాటులోనున్న దను కొనినయెడల ఈ దిగువ విధానమున సూచించవచ్చును నిర్దేశాంక ములు అనబడు $x_1, x_2, x_3, x_4$ అను నాలుగు ఇచ్ఛానుగతికములగు సంఖ్యలు, ఏకాండముయొక్క ప్రతి బిందువుతో 'కలయిక' ఘటించవ చ్చును. ఆసన్న బిందువులు నిర్దేశాంకముల ఆసన్నపు విలువలకు అను షంగికములుగ నుండవచ్చును. $ds$ దూరము P, P′ అను ఆసన్న బిందువు లతో కూడియుండిన భౌతిక శాస్త్ర దృష్ట్యా కొలుచుటకు అనుకూలపడి విశదముగ నిర్వచింపనగు ఈ దూరమునకు ఈ దిగువసూత్రము సరిపడును.

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + \ldots\ldots + g_{44}dx_4^2$$

ఇందు $g_{11}$...... మొదలగువాని పరిమాణములు ఏకాండమునందలి స్థానముతో మార్పునందు విలువలు కలిగియుండును. ఏకాండము యూక్లిడియన్ ఏకాండముగ నున్నపుడుమాత్రమే

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

అని సులభప్రాయకముక వచ్చునటువంటి ఏకాండముయొక్క బిందువులతో $x_1$........$x_4$ నిర్దేశాంకములు కూడియుండుట సంభవమూ. ఈ సందర్భమున మన త్రిమితీయమగు కొలతలో సరిపడు వానికి సాదృశ్యముగ నున్న చతుర్మితీయమగు ఏకాండముతో పొత్తుకుదురును.

ఏది ఎటులయినను మనము పైన $ds^2$ కి యిచ్చినటువంటి గాసు పద్ధతి సదా అనువర్తింపదు. చర్చింపబోవు ఏకాండమునందలి చాలినంత చిన్న ప్రదేశములు యూక్లిడియన్ ఏకాండములుగ పరిగణింపబడినపుడే అది సాధ్యవగును ఉదాహరణమునకు, ఇది బల్లయొక్క పాలరాతి పలకకు సందర్భించియు స్థానికోష్ణోగ్రతా వ్యత్యాసమునకు సందర్భించియు సరిపడుట స్పష్టము పలక యొక్క చిన్నభాగమునందలి ఉష్ణోగ్రత అనుభవపూర్వకముగ, స్థిరముగనుండును. యూక్లిడియన్ రేఖాగణితశాస్త్ర నిబంధనలకు అనుకూలముగ ఉండవలసినట్టి విధముగ ఇంచుమించు కడ్డీలయొక్క రేఖా గణితవు నడవడికయు ఉన్నది. కనుక, గత ప్రకరణమునందలి చదరముల నిర్మాణమునగల లోటుపాటులు బల్ల ఉపరిభాగమున, తలమున చాలాభాగము వరకును ఈ నిర్మాణము సాగిపోవునంత వరకును స్పష్టముగ కన్పించవు.

పై వివరణము నంతయును ఈ దిగువ ప్రకారము సంక్షేపింపవచ్చును. సర్వసామాన్యముగా ఏకాండములుగ గణితశాస్త్ర మర్యాదను గాసు ఒక సర్వసామాన్యపద్ధతిని కనిపెట్టెను. అందుకో పరిమాణ సంబంధములు (సన్నిహిత బిందువుల మధ్యదూరము) నిర్వచించెను.

ఒక ఏకాంశము యొక్క ప్రతి బిందువునకునూ ఏకాండము ఎన్ని మితులు కలిగియున్న అన్ని సంఖ్యలను (గాసియన్ నిర్దేశాంకములను) నిర్ణయించెను. నిర్ణీతమయినదానికి ఒక అర్థము కలిగి ఉండునట్లును, ఆ సంఖ్యలు (గాసియన్ నిర్దేశాంకములు) లెక్కకు రానంత చిన్న మొత్తముల తేడాలోనున్న సంఖ్యలు, ఆసన్న బిందువులకు ఈయబడునట్లుగను చేసియుండెను. గాసియన్ నిర్దేశాంక విధానము కార్టిసియన్ నిర్దేశాంక విధానమునకు హేతుబద్ధమైన సాధారణ ధర్మముగనున్నది. అది యూక్లిడియన్ వర్గమునకు (తత్వమునకు) చెందని ఏకాండమునకు కూడ వినియోగార్హమైనది. కాని, నిర్ణీతమైన పరిమాణము (size) లేక దూరము (distance - అంతరము) నకు సంబంధించి ఆలోచనలోనున్న ఏకాండమునకు చిన్న చిన్న భాగములు యూక్లిడియన్ పద్ధతివలె మన లక్ష్యమునందున్న ఏకాండముయొక్క యించుమించు సూక్ష్మాతిసూక్ష్మ భాగముగ అయినపుడు మాత్రమే అది చెల్లును.

# 26

# విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క స్థల - కాలఏకాండము యూక్లిడియన్ ఏకాండముగ పరిగణింపబడుట

17.వ ప్రకరణమునందు అనిశ్చితముగ సూచింపబడిన మిన్ కౌస్కి అభిప్రాయము, ఎక్కువ కచ్చితముగ మనము ఇప్పుడు సూత్రీకరింపకలుగు దశలో నంటిమి. విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు అనుగుణముగ స్థల – కాల ఏకాండము అనబడు నాలుగు కొలతల వివరమునకయి కొన్ని నిర్దేశాంక విధానములను ప్రత్యేకించి ఎంచుకొనడమయినది. గెలెలియన్ నిర్దేశాంక విధానములని వానిని వ్యవహరించితిమి. ఈ విధానములకు గాను ఒక సంఘటనను నిర్ణయించునట్టి $x$, $y$, $z$, $t$ అను నాలుగు నిర్దేశాంకములు – అనగా నాలుగు మితుల ఏకాండమున ఒక బిందువుగ పుస్తకము మొదట భాగమున విస్తరించి సులభపద్ధతిని భౌతిక పరముగ నిర్వచింపబడెను. మొదటిదానికి సంబంధించి, ఏకధాటిని కదలుచున్న ఒక గెలెలియన్ విధానమునుండి మరియొక గెలెలియన్ విధానములోనికి అనువదించుటకు లారెన్ట్జ్ రూపాంతరణ సమీకరణములు సత్యసమ్మతములు. అందు చివరవి విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునుండి అహరింపబడిన నిగమనములకు ఆధార భూతములగును మరియు సూచింపబడిన గెలెలియన్ విధానమున అన్నింటికి కాంతి ప్రసార సూత్రముయొక్క విశ్వజనీన ఋజుత్వవివరణము తెల్పుటకన్న వాటిలో విశేషమేమియును లేదు.

లారెన్ట్జ్ రూపాంతరములు ఈ దిగువ వ్యవహరించబడే తేలిక పరిస్థితులయందు సంతృప్తి నొసగునని మిన్ కౌస్కి కనుగొనెను. స్థల నిరూపక భేదములు $dx$, $dy$, $dz$ లును కాల వ్యత్యాసము $dt$ మూలమున గెలెలియన్ పద్ధతి సూచిత వస్తువు K కి సంబంధించి నాలుగు మితుల ఏకాండమునందు ఒసగబడిన సాపేక్ష స్థానముగల రెండు సన్ని

హిత సంఘటనలను గురించి ఆలోచింతము. రెండవ గెలిలియన్ విధానమునకుగల సూచనతో ఈ రెండు సంఘటనలకు అనుగుణమగు వ్యత్యాసములు $dx'$, $dy'$, $dz'$, $dt'$ అని అనుకొందము (1). ఈ పరిమాణములు ఆ ప్రాస్థితిని, ఈ నియమమ్మును పాటించును.

$$dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2=dx'^2+dy'^2+dz'^2-c^2dt'^2$$

ఈ నియమమునుండి లారెంట్జ్ రూపాంతర ఋజుత్వము ఏర్పడును ఈ దిగవరీతిని దానిని వివరించవచ్చును.

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2$$

పై నాలుగు మితులుగల స్థలకాల ఏకాండముయొక్క రెండు ఆసన్న బిందువులకు వర్తించునట్టి పరిమాణము, ఎన్నుకొనిన అన్ని (గెలిలియన్) సూచిత వస్తువులకు సమానమయిన విలువను కలిగియున్నది $x, y, z,$ $\sqrt{-1}\,ct$, దీనిస్థానే $x_1, x_2, x_3, x_4$ ప్రవేశ పెట్టినయెడల

$$ds^2=dx_1{}^2+dx_2{}^2+dx_3{}^2+dx_4{}^2$$

అది సూచిత వస్తువుయొక్క ఎన్నికపై ఆధారపడియుండవి దను ఫలితమునుకూడ మనము పొందుదుము $ds$ పరిమాణమును రెండవ ఘటనలకు లేక నాలుగుమితుల బిందువులకు మధ్యగల 'దూరము' అని వ్యవహరింతము.

ఈ విధముగ వాస్తవరాశి $t$ కి బదులుగ కల్పిత చరరాశియయిన $\sqrt{-1}\,ct$ కాల చరరాశిగ ఎన్నుకొనినయెడల యూక్లిడియన్ నాలుగు మితుల ఏకాండముగా విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు అనుగుణముగ స్థలకాల ఏకాండమును మనము పరిగణి పవచ్చును. ఈ ఫలితము గత ప్రకరణము సమాలోచనలను అనుసరించును.

---

(1) 1, 2 అనుబంధములు చూచునది. నిర్దేశాంకములకు మాత్రమై రాబట్టబడిన సంబంధములు నిర్దేశాంకములకును, నిర్దేశాంక వ్యత్యాసములకును కూడ (లెక్కకురాని స్వల్పభేదములు) సమంజసమే అగును.

# 27

## సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క స్థలకాల ఏకాండము యూక్లిడియన్ ఏకాండము ఒకటి కాదు

గ్రంథముయొక్క ప్రథమ భాగమున సులభప్రాయముగను సూటిక భౌతికపరముగ వ్యాఖ్యానింప అనువైనట్టియు 26వ ప్రకరణానుసారము నాలుగు మితుల కార్టీషియన్ నిర్దేశాంకములుగ స్థలకాల నిర్దేశాంకము లను ఉపయోగింప కలిగియుంటిమి – కాంతి సరళవేగ స్థిరత్వసూత్రా ధారముపై యిది సాధ్యమైయుండెను. కాని 21వ ప్రకరణానుసారము సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ఈ సూత్రమును నిలుపజాలకపోయెను. కాకపోగా అందుకు విరుద్ధముగ యిటీవల సిద్ధాంతరీత్యా గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము ఒసగినపుడు నిర్దేశాంకములపై కాంతిసరళవేగము సర్వదా ఆధారపడి యుండవలయుననెడి సారాంశమునకు రాగలిగితిమి. 23వ ప్రకరణమున ప్రత్యేకించి తెలిపిన ఉదాహృత చిత్రమునకు సంబంధించి మన ఆశయానుగుణముగ విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమున మనలను మన లక్ష్యమునకు చేర్చునట్టి నిర్దేశాంకములు కాలముగూర్చి చేసిన నిర్వ చనము గురుత్వాకర్షణక్షేత్రము కల్పితమైనపుడు అది సమంజసముకాదని మనము కనుగొంటిమి.

ఈ సమాలోచనముల ఫలితములదృష్ట్యా సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్త్వానుసారము స్థలకాల ఏకాండము యూక్లిడియన్ ఏకాండముగ పరిగణింపబడదు అను నమ్మకమునకు మనలను కొని తెచ్చెనే కాని రెండు కొలతల ఏకాండముయొక్క ఉదాహరణముతో పరిచయమయినటువంటి స్థానికోష్ణోగ్రతా వ్యత్యాసములతో పాలరాతి పలకకు సరిపడు సర్వసాధారణమైన సందర్భము తటస్థించినది. సమాన ములైన కడ్డీలనుండి కార్టీషియన్ నిర్దేశాంక విధానము నిర్మించుట

అక్కడ అసాధ్యమైనటులే ఒకదాని కొకటి సంబంధించి అమర్చిన కొలత కడ్డీలు, గడియారములు సూటిగ స్థానమును కాలమును సూచించునట్టి స్వభావ లక్షణము కలిగిన విధానము దృఢవస్తువులనుండి గడియారముల నుండి నిర్మించుటయును అసాధ్యమైనది. 28 వ ప్రకరణమున ఎదుర్కొని నటువంటి క్లిష్టసమస్య సారాంశము యిదియే. కాని 25, 26 ప్రకరణ ముల సమాలోచనలు ఈ క్లిష్టతను తొలగించుకొను మార్గమును చూపి నవి గాస్ నిర్దేశాంకములకు స్వేచ్ఛానుశీకముగ నాలుగు కొలతల స్థలకాల ఏకాండమును సూచింతుము. స్వేచ్ఛానువృత్తిని ఒకరి నిర్ణ యము ననుసరించి ఏకాండపు బిందువులకు అంకెలి నొసగుటలో వ్యవహా రణకు మాత్రమేగాని సునిశితమైన భౌతిక ప్రయోజనము ఈషన్మాత్రము లేనటువంటి $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$ నిర్దేశాంకములను నాలుగు సంఖ్యలు ఏకాండముయొక్క ప్రతియొక బిందువునకు మనము ఒసగితిమి. ఈ అమ రికను $x_1$, $x_2$, $x_3$ అను స్థల నిర్దేశాంకములుగను $X_4$ కాల నిర్దేశాంక మును పాటింపవలయునటువంటి అవసరముకూడ లేదు.

ప్రపంచమును గూర్చిన అటువంటి వివరణము పూర్తిగ సరిపోదని పాఠకు డనుకోవచ్చును. ఈ నిర్దేశాంకములు స్వయముగ అర్థవత్సర ములు కానప్పుడు $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$ అను నిర్దేశాంకములు ఒక ఘటనకు సంకల్పించుటలో తాత్పర్యమేమి? ఎక్కువ జాగ్రత్తతో ఆలోచించిన యెడల ఆ ఆందోళన నిరాధారమని గ్రహించగలరు. ఉదాహరణకు ఏ విధమైన చలనముతోనైననుసరే ఉన్న ఒక ద్రవ్యబిందువు గూర్చి ఆలో చింతము. ఆ బిందువుయొక్క అస్తిత్వము తాత్కాలికమే అయినయెడల $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$ అను విలువలుగల ఒకేఒక విధానమున స్థలకాల సంబం ధముగ వివరింపదగును. నిర్దేశాంకములయెడ తెరిపిలేమిని సూచించుటకు నిర్దేశాంకముల విలువలు అత్యంతము సమీపమున అనంతమున బృహత్ సంఖ్యాత్మకము అయిన విధానముల విలువలమూలమున దానియొక్క సుస్థిరమైన అస్తిత్వముయొక్క స్వభావము తేటపరుపనగును ఆ ద్రవ్య

బిందువున కనుగుణముగ ఈ విధానమున నాలుగు కొలతలు ఏకాండములో ఒకే రేఖ (ఏకమితీయ) మనకు తటస్థించును ఇదే విధముగ చలనములో నున్న అనేక బిందువులకు మన ఏకాండములోని అటువంటి రేఖలు అనుబంధములై యుండును. భౌతికముగ అస్తిత్వపు హక్కునుపొందు ఈ బిందువులను లక్ష్యమునందు కలిగిన నిర్వచనములు వాస్తవమునకు వాటియొక్క అభియాతముల నిర్వచనములగును. గణితశాస్త్ర మర్యాదనుబట్టి అభియాతములు ప్రశ్నయందలి బిందువులగతి నిర్దేశించు రెండు రేఖలు ఉమ్మడిగ $x_1, x_2, x_3, x_4$ నిర్దేశాంకముల సమాన విలువలుగల ఒకానొక విధానమును కలిగియుండునను వాస్తవిక విషయముచే వివరింపబడును. బాగుగ ఆలోచించిన అనంతరము భౌతిక నిర్వచనములలో మనకు తటస్థపడు స్థలకాల స్వభావములకు సరియైన సాక్ష్యము అట్టి అభియాతములేనని పాఠకుడు అంగీకరించును.

సూచిత వస్తువునకు సాపేక్షముగ ఒక భౌతిక బిందువుయొక్క గతిని మనము వివరించునపుడు ఆ సూచిత వస్తువుయొక్క ఒకానొక ప్రత్యేక బిందువులలో ఆ బిందువుయొక్క అభియాతములగూర్చి తప్ప వేరేమియు మనము నిర్వచించియుండలేదు. గడియారపు అంకెల బిళ్ళ మీద ఒకానొక కొన్ని నిర్దిష్ట బిందువుల సాయమున గడియారమున ముల్లు అభియాతముల పరిశీలనముతో కూడియున్నటువంటి గడియారముల సాయమున, వస్తువుయొక్క పరిశీలనమున కాలమునకు అనుగుణమైన విలువలను కూడా మనము నిర్ణయింపగలము. కొలత కడ్డీల సాయమున స్థలముల కొలతల సందర్భమునను, సరిగా యిదియే విధానమై యున్నదని ఇంచుక పరిశీలించినచో మనకు తెలియును.

సర్వసాధారణముగ ఈ దిగువ నిర్వచనములు సరిపడును. ప్రతి భౌతిక వివరణము బహుసంఖ్యాములగు నిర్వచనములక్రింద దాని కదే విడిపోవును. అందొకటొకటి A, B రెండు సంఘటనలయొక్క స్థల

కాల ఏకీభావమును సూచించును. గాసియన్ నిర్దేశాంక విధానమున పదములలో (మాటలలో) అటువంటి ప్రతి యొక నిర్వచనము $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$, అను నాలుగు నిర్దేశాంకములు అనుబంధించును. అనుట మూల మున వ్యక్తము చేయవచ్చును. వాస్తవమునకు స్థలసూచిత వస్తు వివరణ విధానముగల లోపములులేకుండ సూచిత వస్తు సహాయమున వివరణము స్థానే, వాస్తవమునకు పై విధమున గాస్ నిర్దేశాంకముల సాయమున స్థల, కాల ఏకాండ వివరణమున్నది. ప్రదర్శించవలసిన ఏకాండము యొక్క యూక్లిడియన్ స్వభావమునకు అది అనుబంధించి యుండవలసి నది లేదు.

# 28

## సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతపు మూలసూత్రము యొక్క సరియైన సూత్రీకరణము

పదునెనిమిది ప్రకరణమునందు ఈయబడిన సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వమునకు తాత్కాలికపు సూత్రీకరణముస్థానే సరియైన సూత్రమును నిర్మించు అవకాశము మనకిపుడు కలదు. "గతి స్థితి యెటు లున్నను ప్రకృతి దృగ్గోచర విషయ వివరణమునకుగాను (సర్వసాధారణ మైన భౌతిక నియమముల సూత్రీకరణము) K, K' మొదలగు సూచిత వస్తువులన్నియు తుల్యము"లనునది అందలి సూత్రస్వరూపము. కాని విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ననుసరింపబడిన విధానముదృష్ట్యా దృఢమైన సూచిత వస్తువుల వినియోగము స్థలకాల వివరణముయందు సాధారణ ముగ శక్యముకాదు. కనుక పై సూత్రస్వరూపము నిలువజాలదు సూచిత వస్తువుయొక్క స్థానమున గాస్ నిర్దేశాంక విధానమును నిలుప వలసియున్నది. సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క మూలభావ మునకు ఈ దిగువ ప్రవచనము సరిపోలియుండును. "సర్వసాధారణమైన భౌతిక నియమముల సూత్రీకరణములకు గాసియన్ నిర్దేశాంక విధానము లన్నియు అవశ్యము తుల్యములు".

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వము స్వాభావిక వ్యాప్తి స్వరూపమున నున్నప్పటికన్న స్పష్టముగను అర్థవంతముగను వివరింప గలుగునట్టి యింకొక రూపమున ఈ సార్వత్రిక సాపేక్షతా మూలతత్వ మున మనము నిర్వచింపవచ్చును. విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతాను సారము సర్వసాధారణమైన భౌతిక నియమములను వెలువరించు సమీ కరణములు కొత్త సూచితవస్తువు K' యొక్క $x', y', z', t'$ అను స్థల కాల చలరాశులస్థానే లారెన్ట్జ్ రూపాంతరము నుపయోగించి K సూచిత వస్తువుయొక్క $x, y, z, t$ (గెలిలియన్) అనబడు స్థలకాల చల

రాశులను నిలిపినపుడు అదే స్వరూపమును గొనిన సమీకరణములలోనికి పరివర్తనము నొందును. ఇంకను సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతాను సారము $x_1, x_2, x_3, x_4$ అనిబడు గాస్ చలరాశులను ఇచ్ఛానుగతిక ముగ ప్రతిస్థాపనములను వాడుటవలన సమీకరణములు, అదేమాదిరి స్వరూపముగల సమీకరణములలోనికి, పరివర్తన మందవలయును. ప్రతి రూపాంతరము (లారెన్ట్‌జ్ రూపాంతర మొకటియేకాదు) ఒకదాని నుండి వేరొకదానిలోనికి మారుట కనుగుణముగ నుండును.

మన ప్రాచీనకాలపు వస్తువుల మూడు మితులదృష్టిని అంటిపెట్టు కొని వుండవలెనన్న యిచ్ఛవున్నచో సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ప్రధానోద్దేశ్యము మూలమున మార్పునంది అభివృద్ధినొందిన ఈ దిగువ విధమున వెలువరించనగును. విశిష సాపేక్షతా సిద్ధాంతము గెలిలియన్ మండలమునకు అనుబంధించును. అనగా గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములు లేనివానికి అనుబంధించును ఈ సందర్భమున గెలిలియన్ సూచిత వస్తువుగ పనిచేయును. అనగా దృఢమైన వస్తువు దానియొక్క గతి స్థితి విడువడిన పదార్థము. బిందువుల సమవేగ సరళరేఖా గతియొక్క గెలిలియన్ సూత్రము సపపడునట్లుగ ఎన్నుకొనబడినదై యుండును. గెలిలియన్ అతిరిక్తములగు సూచిత వస్తువులకు ఒకే గెలిలియన్ మండలమును సూచించవలయునని కొన్ని సమాలోచనలు మనకు స్ఫురింపజేయును. అప్పుడు ఈ వస్తువులకు సంబధించి, ఒక ప్రత్యేక గురుత్వాకర్షణ మండలము వెలయును. (20, 23 వ ప్రకరణములు చూడుడు).

గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములలో యూక్లిడియన్ ధర్మములు గల దృఢమైన వస్తువు లనునవిలేవు. సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమున కల్పితమైన దృఢమైన సూచితవస్తువు యెందునకు పనికిరాదు. గడియారముల సహాయమున సూటిగ కనుగొనబడు కాలముయొక్క భౌతిక నిర్వచనము విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతములో స్థాయితో సమానమగు యుక్త స్థాయిని యేవిధమునను, నుండనంతగా గడియారముల గతికూడ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముల ప్రభావమునకు లోనైయున్నది.

ఈ కారణమున దృఢతలేని సూచిత వస్తువులు ఉపయోగింప బడెను. ఆ విధముగ మొత్తమంతయు కదలుటయేకాకుండ చలన వ్యవ ధానమున చిత్తము వచ్చిన ఆకారము మార్పులకుకూడ లోనగును. గడి యారములకు సంబంధించి, వాటి గతిసూత్రము ఏ తరగతికి చెందినదైనను ఎంతగా సక్రమముగ లేకున్నను కాల నిర్వచనమునకు ఉపయోగపడును. దృఢతలేని సూచిత వస్తువులమీద ఒక బిందువువద్ద ప్రతియొక్క గడియా రము బిగింపబడినట్లు మన మూహించవలయును ఒకే సమయమున పరిశీలించినయెడల సన్నిహితములైన గడియారములు (స్థలములో) చూపు, సూచిక సంఖ్యలు, ఒక గడియారపుమీది సంఖ్యలు, మఱియొక దానిమీది సంఖ్యలు గుర్తింపజాలనంత భేదముతో సరిసమానముగ నుండు నను షరతునుమాత్రము గడియారములు నిలుపును. సూచితమైన మొలస్క (Mollusc) అను యథోక్తముగు పేరిడిన దృఢతలేని ఈ సూచిత వస్తువు నిరంకుశముగ ఎన్నుకొనిన గాసియన్ నాలుగు మితుల నిర్దేశాంక విధానమునకు ప్రధానతుల్యత నున్నది. గాస్ నిర్దేశాంక విధానముతో సరిపోల్చగా కొంత గ్రహింప అవకాశ మీయునది కాలము నిర్దేశాంకమునకు వ్యతిరిక్తముగు స్థల నిర్దేశాంకములు ప్రత్యేకమగు అస్తి త్వము అటులే నిలువచేసినట్లగును. (అది వాస్తవమున అన్యాయము.) మొలస్క సూచిత వస్తువుగ పరిగణింపబడు నంతవరకును మొలస్కమీది ప్రతి బిందువు ఒక స్థల బిందువుగాను నిశ్చలతనున్న ప్రతి భౌతిక బిందువు నిశ్చలత నున్నట్లుగను చూడబడును. సర్వసాధారణమైన భౌతిక నియ మముల నిర్మాణమున ఆ మొలస్కాలన్నియు సమానమైన హక్కులు సమానమైన ప్రయోగ విజయముగలవిగ నుండవలెనని సార్వత్రిక సాపే క్షతా సిద్ధాంతమునకు కావలసియున్నవి. మొలస్క ఎన్నికలపై ఆధార పడకుండ తమకు తాము స్వతంత్రములుగ ఈ సూత్రము లుండ వలయును.

మనము పైన గమనించి దాని ఫలితముగ సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వమునగల విశేషించిన శక్తి భౌతిక సూత్రములపై మనము నిలిపిన గ్రాహ్యపరిమితులలో నున్నది.

# 29

## సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్వము ఆధారముగ గురుత్వాకర్షణ సమస్యా పరిష్కృతి

గత సమాలోచనములన్నియును పాఠకుడు అనుసరించియున్నచో గురుత్వాకర్షణ సమస్యా పరిష్కారమునకు అనుసరించిన పద్ధతులను అవగాహనము చేసికొనుట చాలా సులభము.

గెలిలియన్ మండలముపై సమాలోచనలనుండి ప్రారంభింతుము. అనగా గెలిలియన్ సూచిత వస్తువు K కి సాపేక్షముగ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములేని మండలము. విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునుండి K కి సంబంధించి కొలత కడ్డీలు, గడియారముల నడవడులు తెలియబడును. అటులే సమవేగముతో సరళరేఖా మార్గమున చలించుచున్న విడివడియున్న ద్రవ్యబిందువుల నడవడియు తెలియనగును.

ఇప్పుడు క్రమబద్ధముకాని గాస్ నిర్దేశాంక విధానము లేక K' సూచిత వస్తువుగనున్న మొలస్క విధానమునకు ఈ మండలము అనుసంధించి పరిశీలింతము. అప్పుడు K కి సంబంధించి "G" అను ప్రత్యేకమైన గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర మొకటి కలదు. రూపాంతరముల మూలమున, కొలత కడ్డీలు, గడియారములు, చలించు ద్రవ్య బిందువులు వీనియొక్క నడవడిగూర్చి తెలిసికొందము. ఈ ప్రవర్తనను "G" అనబడు గురుత్వాకర్షణ ప్రభావమునకులోనైన కొలత కడ్డీలు గడియారములు ద్రవ్య బిందువులుయొక్క ప్రవర్తనముగ వ్యాఖ్యానింతము. ఇకమీద ఒక పరికల్పనముతో పరిచయము కల్గింతుము. కేవలము నిర్దేశాంకముల రూపాంతరముల సహాయమున గెలిలియన్ ప్రత్యేక సందర్భమునుండి వ్యాప్తమైన గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము ఉత్పాదించలేనటువంటి సందర్భమునందు కూడ ఒకేమాదిరి సూత్రానుసారముగ కొలత కడ్డీలమీదను గడియారములమీదను

స్వేచ్ఛగ కదలుచున్న ద్రవ్య బిందువులమీదను గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర ప్రభావము ప్రసరించుచునే యుండును. కేవలము నిర్దేశాంకము రూపాంతరమువలన గెలిలియన్ ప్రత్యేక సందర్భమునుండి ఉత్పాదింపబడినట్టి G గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముయొక్క స్థలకాల ప్రవర్తనను శోధించుట తర్వాత మెట్టు. వివరణమునందు ఉపయోగింపబడిన సూచిత వస్తువుగ (మొలస్క) దేనిని యెంచుకొనినప్పటికిని సదాసమంజస మగునటుల సూత్రీకరింపబడును.

ఆలోచనమునన్న గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము ఒక ప్రత్యేకతకలది ఈ సూత్రము సర్వసాధారణమైన గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమునకు వర్తించదు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముయొక్క సర్వసాధారణ సూత్రము కనుగొనుటకుగాను పైన కనుగొనినటుల సూత్రమును సర్వసామాన్య ప్రవర్తన కలదిగ చేయవలసియుండును ఈ దిగువ ఆవశ్యకతలను ఆలోచనయందు నిలుపుకొనుటవలన కుయుక్తులకు పోకుండ దానిని పొందనగును.

(ఎ) కావలసియుండిన సర్వసామాన్య వర్తనీయమగు సూత్రము అదేతీరున సార్వత్రిక సాపేక్షతా గృహీత సిద్ధాంతమునకు అనువర్తించవలెను.

(బి) ఆలోచనాస్పదమగు ఏ అంశమైనను సమాలోచిత మండలము నందుండినయెడల దానియొక్క జడత్వ ద్రవ్యరాశి మరియు 15వ ప్రకరణానుసారము దానిశక్తియు ఒక క్షేత్రమును ఉద్దిక్తపరచుటలో వాని ప్రభావము ముఖ్యమైనది.

(సి) గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము, భౌతిక పదార్థముతోసహా ఊర్జ శక్తి నిత్యత్వ నియమమును అనుబంధించవలెను (మరియు ప్రేరణయును) తుది పర్యవసానముగ గురుత్వాకర్షణక్షేత్రము లేనప్పుడు తెలిసియున్న సూత్రముల ననుసరించి, అనగా విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతపు హద్దులలో

యింతకుముందే ప్రక్రియలగురించి అమరియున్నటువంటి సూత్రముల నను సరించి, సంభవించు సర్వ ప్రక్రియల ప్రసరణములపైగల గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర ప్రభావము నిశ్చయించుటకు సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూల తత్త్వము సహాయపడును. ఈ సందర్భమునందు కొలత కడ్డీలకును, గడియారమునకును స్వేచ్ఛగా కదులుచున్న ద్రవ్య బిందువులకును లోగడ విశదీకరించిన పద్ధతి ననుసరించిన నియమానుసారము ముందునకు సాగి పోదము.

సార్వత్రిక సాపేక్షతా గృహీత సిద్ధాంతమునుండి ఈ విధముగ ఉత్పాదింపబడిన గురుత్వాకర్షణ సిద్ధాంతము, అందచందముల కేగాదు, 21 వ ప్రకరణమున ప్రాచీన యాంత్రిక శాస్త్రమున బహిర్గతమైన లోప మును తొలగించుటకేకాదు, జడత్వ గురుత్వ ద్రవ్యరాశుల తుల్యతగురించి కేవలము అనుభవమున వర్తించు సూత్రమును విశదీకరించుటకే గాదు, ప్రాచీన యాంత్రిక శాస్త్రమును శక్తిహీనముగ చేయగలిగి లోగడ విడ మర్చి తెలిపిన ఖగోళశాస్త్ర పరిశీలనా ఫలితమునుగూడ విశదీకరించుట లోను, ఈ అన్నిటిని అతిశయించును.

గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములు దుర్బలముగ పరిగణింపబడు సందర్భ మునందునను కాంతి సరళవేగముతో పోల్చి చూచిన సూక్ష్మమైన సరళ వేగములతోడి నిర్దేశాంక విధానమునకు సంబంధించి, ద్రవ్య రాశులన్నియు చలించు సందర్భమునందునను వీటికే మనము ఈ సిద్ధాంతమును ప్రయో గించిన తత్ఫలితముగ న్యూటోనియన్ సిద్ధాంతమును తొలుత సాధింతము. పరస్పరము ఆకర్షించుకొనుచున్న ద్రవ్యబిందువులు మధ్య గతదూరము యొక్క వర్గమునకు విలోమ సంబంధమున ఆ ద్రవ్య బిందువుల ఆకర్షణ శక్తి యున్నదను పరికల్పనను ప్రవేశ పెట్టవలసివచ్చెను. అయితే ఈ చలన సిద్ధాంతము ప్రత్యేకించి అనుకోకుండ సాధింపబడినది. సూక్ష్మాతి సూక్ష్మమైన పరిశీలనాశోధనకు కనబడకుండ తప్పించుకొని పోగలిగినప్ప

టికిని మనము అతికచ్చితముగ గణనము చేసినయెడల న్యూటను సిద్ధాంత మార్గమునకు తొలగిపోయినవన్నియు ప్రత్యక్షములగును.

అట్లు తొలగిపోయిన వానిలో ఒకదానివైపు మనము దృష్టి సారింతము. న్యూటను సిద్ధాంతానుసారము స్థిరనక్షత్రముల స్వపరమైన చలనము చర్చను బెట్టబడిన ఇతర గ్రహములచర్యయు పరిగణింపకున్నయెడల స్థిర నక్షత్రములకు సంబంధించి, తన స్థానమును శాశ్వతముగ నిలుపుకొనునట్టి ఒక గ్రహము దీర్ఘవృత్తాకారకక్ష్యను సూర్యునిచుట్టు చేయును. ఈ ఉభయ ప్రభావములకు పరిశీలింపబడిన గ్రహ చలనము మనము సరి చేసినఎడల న్యూటను సిద్ధాంతము నిక్కచ్చిగా నిర్దుష్టమైనదే అయిన యెడల గ్రహమండలమునకు స్థిరనక్షత్రముల సూచనతో స్థిరమైన దీర్ఘవృత్తమునకు సాధ్యపడి యుండవలెను. ఈ నిగమనము ఎక్కువ కచ్చితముగ శోధింపబడినది. ప్రస్తుత కాలమానమున పొందనగు సున్నితమైన పరిశీలనా సాధనములతో సంగ్రహింపనంత కచ్చితముగ ఒక గ్రహ విషయమైకాక తక్కిన గ్రహముల కన్నింటికిని ఈ నిగమనము ధృవపరుపబడినది. దీనికి వెలియైన ఆ గ్రహము సూర్యునకు అతిసన్నిహితముగ నుండిన బుధగ్రహము. పై నుదహరింపబడిన ప్రభావములు సవరింపబడినను స్థిర నక్షత్రములకు సంబంధించి బుధ మండలమునకు అనుసంధింపబడియున్న దీర్ఘవృత్తము స్థిరముగలేదు. కాని దీర్ఘవృత్త సమతలమునందు అది అత్యంతము మందముగ పరిభ్రమించుచున్నది. ఈ విషయము లెవరీరియర్ కాలమునుండియు తెలిసియున్నది. ఈ మాండలిక దీర్ఘవృత్త చక్రభ్రమణ చలనమునకు సాధింపబడిన విలువ శతాబ్దమునకు 43 ఛాపమున సెకనుగ నుండెను. ఛాపమునకు కొన్ని సెకనుల లోపున ఈ మొత్తము సరియైనదిగ నిశ్చయింపబడెను. సంభావ్యత సంశయాస్పదమైనదియు, కేవలము ప్రయోజనమునకై పన్నబడినవియు అగు పరికల్పనల ఆధారమునకు ప్రాచీన యాంత్రికశాస్త్ర సహాయమునను ఆ ఫలితమును బోధపరచ వచ్చును.

సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ఆధారముపై సూర్యుని చుట్టు నున్న ప్రతి గ్రహముయొక్క దీర్ఘవృత్తము పైన సూచింపబడిన క్రమమున పరిభ్రమింపవలసినది. బుధుడు మినహా తక్కిన గ్రహముల కన్నింటికిని ఈ పరిభ్రమణము ప్రస్తుతకాలమున సాధ్యమైన సున్నితమైన యంత్ర పరిశీలన వలన కనుగొనిన యంతసూక్ష్మగతి నున్నది కాని పరిశీలనతో కచ్చితముగ ఏకీభవించిన ఫలితము బుధగ్రహము సందర్భమున శతాబ్దమునకు 43 ఛాపము సెకనులకు సరిపోవలయును

ఈ విషయ మటులుండ, సూర్యునియొక్క గురుత్వాకర్షణక్షేత్రము వలన కాంతికిరణ వక్రతయు, భౌగోళికముగ సాదృశ్య విధానములో బడిన కాంతికి (అనగా ఒకేరకపు అణువువలన) అనుబంధించిన రేఖలతో సరిపోల్చిన, బృహత్ నక్షత్రములనుండి మనలను చేరుచున్న వర్ణమాలాత్మక కాంతిరేఖలయొక్క నిస్తాపనము(2) శోధింపబడినట్లు ఒప్పిన సిద్ధాంతము నుండి రెండు నిగమనములు చేయుట యింతవరకును సాధ్యముగ నుండెను.

---

(1) 1919 సంవత్సరములో ఎడింగటన్ ఇంకనూ ఇతరులవలన మొట్ట మొదట పరిశీలింపబడెను (8వ అనుబంధము చూడుడు).

(2) 1924 సంవత్సరములో ఆడామ్‌వలన స్థిరపరుపబడెను. (8వ అనుబంధము చూడుడు).

# తృతీయ భాగము

# "విశ్వము ఏకరాశి" అను దానిపై చర్చ

## 30

## న్యూటను సిద్ధాంతము - విశ్వ సంబంధములైన ప్రతిబంధకములు

21వ ప్రకరణమున చర్చించిన ప్రతిబంధకములు అటు ఉండగ నాకు తెలిసినంతలో 'సీలిఙర్' అను ఖగోళశాస్త్రవేత్తచే విపులముగ చర్చింపబడి నటువంటి ప్రాచీన ఖగోళయాంత్రిక శాస్త్రమునకు సంబంధించిన ప్రధాన మైన ప్రతిబంధకము మరియొకటి యున్నది. విశ్వము ఏకమొత్తముగ భావించి, దాని నెట్లు పరిగణింపవలయును అను ప్రశ్ననుగూర్చి జిజ్ఞాస చేసినయెడల, మొట్టమొదట తోచు సమాధానము అవశ్యమూ యిదియై యుండును. స్థలము (కాలము) దృష్ట్యా విశ్వము అనంతము. పదార్థ సాంద్రత, ప్రతి అంశమును తట్టితట్టి చూచిన భిన్నభిన్నముగ నున్నప్పటికీ, సాముదాయకముగ ఎల్లెడల పదార్థ సాంద్రత ఒకటే అయినటుల నక్షత్ర ములు అన్నియెడల కలవు. అనగా, స్థలము లోనికి చొచ్చుకొని, మన మెంతదూరము ప్రయాణము చేసినప్పటికిన్నీ ఉజ్జాయింపున ఒకేరకము, ఒకే సాంద్రతగల స్థిర నక్షత్రములు గుంపులు గుంపులుగా (చిన్నవి, పెద్దవి ఒకటొకటిగాను) ప్రతిస్థలమున ఉండుట మనము కనుగొందము. న్యూటను సిద్ధాంతమున ఈ భావము పొసగదు. ఇటీవలి సిద్ధాంతము విశ్వమునకు ఒకే విధమున కేంద్రము కలిగియుండవలెనని భావించును. ఆ కేంద్ర గతనక్షత్రముల సాంద్రత అంతకంతకు క్షీణించు చుండవలెను. అట్లు క్షీణించుచూ, క్షీణించుచూ. చిట్టచివరకు ఆ సాంద్రత చాలా దూర

ప్రదేశములు గానయి అనంతరము, అనంతశూన్యతా మండలము అలవడును(1) స్థలమును అనంత సముద్రమున నక్షత్రమయమైన జగత్తు పరిమిత వ్యాప్తనుగు ఒక ద్వీపమై యుండవలెను.

ఈ భావన స్వయంగతముగనే అసంతృప్తికరముగ నుండును. "నక్షత్రములనుండి నిర్గమించు కాంతియు, తారకీయ పద్ధతిని స్వయంత్రముగ నున్న నక్షత్రములు మఱి తిరుగుమొగము పట్టకుండగను, సృష్టియందలి యితర వస్తువులతో పరస్పర చర్య ప్రతి చర్యలతో మఱి తిరిగి ఏనాటికీ ప్రవేశము లేకుండగనూ, నిరంతరము, అనంత విశ్వములోనికి అటులే జారబడిపోవుచున్నవి". అను ఫలితమునకు త్రోవలు తీయును. కనుక ఇది ఇంకనూ అసంతృప్తికరము. అటువంటి పదార్థభూయిష్టమైన పరిమితి జగత్తు, మెల్లమెల్లగా ఒక క్రమానుబంధముగ దరిద్రతాస్థితికి వచ్చును.

ఈ సంశయము (రెండు వైపుల పోటునుండి) తప్పించుకొనుటకుగాను, న్యూటను సూత్రమునకుగాను "సీలిజరు" ఒక సవరణను సూచించెను. విలోమవర్గ సూత్రమునుండివచ్చు ఫలితముకన్న ఎక్కువ ఉధృతముగ (వడిగ) రెండు ద్రవ్యరాశులమధ్య దూరాతిశయముబట్టి వాని

---

(1) న్యూటను సిద్ధాంతరీత్యా, అనంతమునుండి పఱతెంచు "శక్తి రేఖల" సంఖ్య "$m$" ద్రవ్యరాశికి సంబంధ సామ్యముననున్న "$m$" ద్రవ్యరాశిలో సమాప్తమగును. సగటున ద్రవ్యసాంద్రత "$\rho_0$" జగత్తునందంతట స్థిరమైనయెడల "$V$" ఘనపరిమాణముగల ఒక గోళము, సగటున $\rho_0 V$ ద్రవ్యరాశిని చుట్టుముట్టి యేండును. గోళకము యొక్క ఉపరిభాగము "F" నుండి అంతర్భాగములోనికి జారబడుచున్న శక్తిరేఖల సంఖ్య $\rho_0 V$కి సంబంధ సామాన్యమున నుండును. గోళకము యొక్క ఉవరితలముమీది ఏకైక వైశాల్యమున (ఒక్కొక్క చదరమునకు) గోళకము యేక్క ఆంతర్భాగములోనికి జారబడుశక్తి రేఖల సంఖ్య $\rho_0 \frac{V}{F}$ లేక $\rho_0 R$ కు సంబంధ సామ్యమున నుండును. కనుక ఉపరిభాగమున క్షేత్రము యొక్క తీవ్రత (సాంద్రత) అప్పుడు గోళకము వ్యాసార్థము పెరుగుదల చివరకు అనంతము గావలెను, కాని అది అసాధ్యము.

ఆకర్షణశక్తి తగ్గును - అని అందు నిర్వచించెను. ఈ విధమున ఘన గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములు అనంతముగా ఉత్పాదింపకుండ అనంతమువఱకును పదార్థముయొక్క సరాసరి సాంద్రత ఎల్లెడల స్థిరముగనుండుట సాధ్యమగును. 'వస్తు జగత్తు కేంద్రమువంటి స్వభావముకలది ఏదియో ఒకటి కలిగియున్నది' అను అంగీకృతముకాని భావమునుండి, విముక్తి బడయుదుము. అనుభవగతమైనట్టిగాని, ఆలోచనాసిద్ధమైనగాని 'పునాది'లేని న్యూటను సూత్రమును తలతోకలు మార్చి, క్లిష్టముగావించి, సంపాదిందించిన పరిశ్రమతో (మూల్యముతో) ఉదాహృతములైన ప్రధాన ప్రతిబంధకములనుండి అవశ్యమూ విముక్తిని (విమోచనమును, విడుదలను) విలుచుకొంటిమి. ఇది, దానికంటె ఎందుకు మెఱుగు అంటే తగుకారణ సంపత్తి సమకూర్పశక్తి చాలని, సూత్రములు, అనంతములుగా, ఏతత్ కార్యసాధనమునకుగాను మనము ఊహించవచ్చును. ఎందువలననగా, న్యూటను సూత్రము సార్వత్రిక సిద్ధాంతముల తత్వముమీద ఎంత తక్కువ ఆధారపడియున్నదో సరిగా అంత ఉపపత్తి కల్పించి, ఏ సూత్రమయినను స్థాపింపవచ్చును.

# 31

## జగత్తు పరిమితమగుచునే అనంతమగుట సంభవమా?

కాని, జగన్నిర్మాణముపై గావించు ఊహాగానములు కూడ పూర్తిగ వేఱొక దిక్కుగ నడచుచున్నవి. యూక్లిడియన్ కక్షకు సంబంధించని రేఖా గణితశాస్త్రాభివృద్ధి ఊహాత్మక సూత్రములతోగాని అనుభవ వృత్తముతోగాని, ఘర్షణ పడకుండ, మన స్థలముయొక్క 'అనంతత్వము' అనుమానాస్పదమను విషయమును గుర్తించునంతవరకును తీసికొని వచ్చినది (రైమాన్ హెల్మ్ హోల్ట్జ్). ఈ సమస్యలు హెలెమ్ హోల్ట్జ్, పోయిన్కెర్ వలన, అన్నిటిని అధిగమించునంత (అంతకు మించి మరి శక్యముగానంత) తేటతెల్లముగ విమర్శింపబడినవి. అందు చేత నేనిక్కడ వాటిని సంక్షిప్తముగ స్పృశింతును.

మొట్టమొదటిగ రెండు కొలతల స్థలమున ఒకస్థితిని ఊహింతము. బల్ల పలుపు వస్తువులు, బల్ల పలుపు పరికరములూ. అందు ముఖ్యముగా దృఢమైన బల్లపలుపు కడ్డీలూ, ఒక సమతలమున స్వేచ్ఛగ కదలును వాటికి ఆ సమతలమునకు ఆవల ఏమియునూ ఉండదు. తమకు తమతోడి బల్లపలుపు వస్తువులకూ చూచుటయే జరుగుచున్నదియూ అవి ఉన్న తలమునందలి వాస్తవిక సర్వస్వము అనుకొనును. ప్రత్యేకించి. యూక్లిడియన్ రేఖాగణిత నిర్మాణములు కడ్డిల మూలముగ నిర్వహింపవచ్చును. ఉదాహరణ 24వ ప్రకరణమునం దనుకొనిన అల్లిక నిర్మాణములు (చట్టములు) మనకు వ్యతిరేకముగ ఈ వస్తుజగత్తు ద్విమితమైయున్నది. కాని, మన జగత్తువలెనే అదియనూ అనంతముగా వ్యాప్తము వాటి జగత్తున కడ్డీలతో చేయబడిన అనంత సంఖ్యాకములయిన సర్వసామాన్య చతురస్రములకు అవకాశమున్నది అనగా, దాని ఘనము (ఉపరిభాగము) అనంతము. ఈ స్థితములు తమ జగత్తు ఒక

సమతలము అని నిర్వచించిన అందు అర్థమున్నది. అది ఎట్లనిన తమ కడ్డీలతో యూక్లిడియన్ సమతల రేఖాగణిత నిర్మాణములు చేయగలవని వాటియొక్క తాత్పర్యము. ఈ సందర్భమున తమ ఉనికిమీద ఆధార పడకుండ ఆ కడ్డీలు దేనికదిగా ఎల్లప్పుడు ఒకే దూరమును సూచించును.

యిక యిప్పుడు మఱియొక ద్విమితి ఉనికినిగూర్చి ఇంచుక ఆలోచింతము. కాని, ఈ పర్యాయము సమతలము నందుగాక గోళము యొక్క ఉపరి భాగమునందలి స్థితములు తమ కొలత కడ్డీలు; యితరములగు వస్తువులతోసహా బల్ల పఱుపుగనున్న ఈ ఉపరిభాగమున కచ్చితముగ సరిపోవును. మరియు దానిని వదలియుండజాలవు. కేవలము ఆ గోళముయొక్క ఉపరి భాగముమీదుగ, పరిశీలనకయిన వాటి యొక్క యావత్తు జగత్తు వ్యాప్తమైయుండును. తమ జగత్తుయొక్క క్షేత్రగణితము, తల రేఖాగణితబద్ధమై నటులుగను, తమ కడ్డీలు సహితము దూరముయొక్క పరిగణనముగను ఈ స్థితములు కాగలవా? అవి అట్లు చేయలేవు – ఎందుచేతననగా, అవి ఒక ఋజురేఖను గ్రహించుటకు ప్రయత్నించినయెడల ఒక వక్ర రేఖ సిద్ధించును. త్రిమితి స్థితులగు మనము దానినే ఒక బృహత్వృత్తము (వర్తులము) అని పేరిడుదుము. అనగా, ఒక కొలతకడ్డితో కొలువ గలిగిన పరిమితము నిశ్చితమైన పొడవులతో స్వయంకలితమైన రేఖ అదేవిధముగ కడ్డీలతో నిర్మింపబడిన చతురస్ర వైశాల్యముతో పోల్చదగిన, నిశ్చితమైన వైశాల్యము ఈ జగత్తు కలిగి యున్నది. "ఈ స్థిరజగత్తు అంతవంతమూ మరియును అసీమము అను యదార్థమును గుర్తింపగలుగుటయే ఈ చర్చా ఫలితముగ తేలిన అద్భుత విశేషము

కాని, యూక్లిడియన్ జగత్తున తాము నివసించుటలేదని కనుగొను నిమిత్తమై, గోళోపరిస్థితములు ప్రపంచయాత్రకై బయలుదేరవలసిన అవసరములేదు. ప్రపంచముయొక్క అతిసూక్ష్మభాగమునే కాకుండ ప్రపం

చమున ప్రతి భాగమునందునను పై విషయమును తనకుతామై అవి ఒక నిశ్చితాభిప్రాయమునకు రాగలుగును ఒక బిందువునుండి ఆరంభించి, అన్నివైపులకు సమానమైన పొడవుగల ఋజురేఖలను (త్రిమిత స్థలమున వృత్తచాపములు) అవి గీయును. ఈ రేఖల విడవడిన కొనలను కలుపుచున్న గీతను అవి "వృత్తము" అని వ్యవహరించును. సమతలమునకు చెందిన యూక్లిడియన్ రేఖాగణిత ప్రకారము ఒక సమతలముయొక్క ఉపరి భాగమున ఒక వృత్తపరిధియొక్క, దాని వ్యాసముయొక్క పొడవులను ఒకే దండముతో కొలువబడిన, ఆ వృత్తపరిధికిని, దాని వ్యాసమునకును గల ఆ నిష్పత్తి, ఆ వృత్తవ్యాసముపై ఆధారపడని π అను ఒక స్థిరమైన విలువయైయున్నది బల్ల పరుపుగనున్న ఉపరి భాగముమీది స్థితములు వాటి గోళోపరిభాగమున ఆ నిష్పత్తి ఈ దిగువ విలువగ కనుగొందురు.

$$\pi \frac{\sin\left(\frac{r}{R}\right)}{\left(\frac{r}{R}\right)}$$

అనగా π కంటెను తక్కువ విలువయగును. "ప్రపంచగోళము యొక్క వ్యాసార్థమును R తో పోల్చగా, వృత్తవ్యాసార్థము అతిశయించుకొలది ఆ తేడా ఎక్కువ గణనకు వచ్చును. ఈ సంబంధము సహాయమున కొలుచుటకుగాను, సాపేక్షముగ గోళ జంతువుయొక్క స్వల్పభాగము మాత్రమే యయినను, లక్ష్యమైనచో, వారి జగత్తుయొక్క ప్రపంచకముయొక్క వ్యాసార్థమును గోళస్థితములు నిర్ణయింపగలవు. బహుస్వల్పమగు గోళఖండముయొక్క ఉపరిభాగము అంతియే పరిమాణముగల సమతల భాగమునుండి స్వల్పాతిస్వల్పముగ భేదిల్లును. కనుక (ప్రయోగార్థము గానిచో) గోళఖండము అతిస్వల్పమైనయెడల, "గోళాకార ప్రపంచమున

నున్నాము, యూక్లిడియన్ సమతలమున కాదు" అను గోళ స్థితవాసులు ఋజువు చేయలేపోవుదురు.

ఈ విధముగ గోళాకార జగత్తున సూర్యకుటుంబము ఒక్క లెక్కకు రానంత చిన్నభాగమైన ఒక గ్రహముమీద పూర్వోక్తమైన గోళ స్థితులు నివసించుచున్నయెడల, వారు నివసించుచున్నది, అంతవ తమగు జగత్తునందుననో లేక అనంతమైన జగత్తునందుననో నిశ్చయించుటకు మార్గములేని వారగుదురు. వలనన వారికి అందుబాటులోనున్న జగత్ భాగము, ఉభయత్రానమతము లేక యూక్లిడియన్ గణితబద్ధ ప్రదేశమై యున్నది – ఈ చర్చనుండి సూటిగ లభించు ఫలితమిది – మన జగద్వీధి అంతమగువఱకునూ మన గోళ స్థితులకు వ్యాసార్థముతో వృత్తవీధియూ అతిశయించుచూ ఉండును. అటుపిమ్మట వ్యాసార్థమువిలువ యింకను అతిశయించుకొలది, అవధి క్రమేణా "సున్న" వరకును క్షీణించును. ఈ ప్రక్రియలో తుట్టతుదకు యావత్ జగత్ గోళీయ వైశాల్యమొత్తముతో వృత్తవైశాల్యము సమానమగు వరకుమా, వృత్త వైశాల్యము అంతకంతకు వృద్ధిగా కొనసాగుచుండును. ఆవృతమైన అన్య ఉపరితల మునకాకుండ గోళముమీదనే స్థితములు నిలువనేల యని పాఠకులు బహుశః ఆశ్చర్యపడవచ్చును "ఆ వృత్తముల ఉపరితలము లన్నిటిలో, అన్ని బిందువులు తుల్యతనుండు ధర్మము కలిగిన ఏకైకమాత్రము గోళమే". ఈ యదార్థమున మన యెన్నిక న్యాయ సంయుతమైనది యగును. ఒక వృత్తముయొక్క పరిధియైన '$c$' కిని, దాని వ్యాసార్థము '$r$' కును గల నిష్పత్తి '$r$' మీద ఆధారపడియుండును. కాని '$r$' నకు దత్తమయిన ఒక విలువ, జగత్ గోళీయ బిందువు లన్నింటికి అదియే విలువ యగును. అనగా, 'జగత్‌గోళము' ఒక స్థిర వక్రముయొక్క ఉపరితలముగ నున్నది.

ద్విమితినున్న ఈ గోళ జగత్తునకు రీమన్‌చే కనుగొనబడిన 'త్రిమితి గోళీయ స్థలము' అనబడు త్రిమితి సాదృశ్య మొకటియున్నది. దాని

బిందువు లదేవిధమున అన్నియూ తుల్యములు. వ్యాసార్థముచే నిర్ణయింపబడిన ఒక నిర్ణీత ఘనపరిమాణమును ($2\pi^2R^3$) అది కలిగియున్నది. ఒక గోళీయ స్థలమును ఊహించుట సాధ్యమా? ఒక స్థలమును ఊహించుట అనిన మన స్థలానుభవ సంగ్రహము ఊహించుటకంటె వేరేమియు కాదు అనగా దృఢమైన వస్తువుల కదలికలో మనకు కలుగు అనుభవము. ఈ భావమున, మన మొక గోళాకారస్థలమును ఊహింప గలుగుదుము.

ఒక బిందువునుండి అన్ని వైపులకునూ, మనము రేఖలను గీచితిమి లేక దారములు సాగదీసి యుంచితిమి అని అనుకొందము ఒక కొలత కడ్డీతో '$r$' దూరమున వీని కన్నిటికని గుర్తులుంతము స్వేచ్ఛగా విడివడిన ఈ పొడవుల కొన బిందువు న్నియు ఒక గోళోపరిభాగమును అంటియుండును. కొలతకడ్డీతో చేయబడిన చతురస్రము సహాయమున ఈ ఉపరితలము వైశాల్యము F ను ప్రత్యేకించి కొలువగలము అప్పుడు జగత్తు యూక్లిడ్ మతమున $F=4\pi r^2$ అది గోళీయమైనపుడు F ఎప్పుడునూ $4\pi r^2$ నకు తగ్గియుండును. '$r$' విలువలు అతిశయించుటతో '$o$' నుండి జగత్ వ్యాసార్థముతో నిశ్చయింపబడినట్టి, గరిష్టమగు విలువ వరకును F వృద్ధినందును (పెరుగుచుండును) కాని '$r$' యొక్క విలువ యింకనూ అతిశయించిన క్రమేణా, వైశాల్యము '$o$' వరకును క్షీణించును. మొట్టమొదట ప్రారంభమైన బిందువునుండి ప్రసారితమైన ఋజురేఖలు ఒకదాని కొకటి అంతంతకు దూరముగ అపసృతమగును. కాని, అనంతరము అవి, ఒకదాని నొకటి చేరవచ్చును. చిట్టచివరకు అవి బయలుదేరిన బిందువు యొక్క 'ప్రతిరూప బిందువు' (Counte Point) యొద్ద మరల కలిసిపోవును. అట్టి పరిస్థితుల యందు, అవి గోళీయస్థలము యానత్తూ పయనించినవి. ద్విమితి గోళోపరితలమునకు కేవలము సాదృశముగ త్రిమితి గోళోపరితల మున్నదని సులభముగ కనిపెట్టితిమి. అది అనవంతము [అనగా ఘన ప్రమాణము నియమితము మరియు అసీమము (హద్దులు లేనిది) ]

మరియొకరకపు వక్ర స్థలమున్నది అది "దీర్ఘ వృత్తాకార స్థలము". రెండు ప్రతిరూప బిందువులు సర్వసమానములు. (ఒక దాని నుండి ఒకటి పర్వరపరానివి) అయిన ఒక 'వక్రస్థలము'గ దానిని పరిగ ణింపవచ్చును. కేంద్రీయ సమమితిని కలిగియున్న ఒక వక్రజగత్తుగ, ఒక దీర్ఘ వృత్తాకారజగత్తును కొంతవరకు పాటించవచ్చును.

హద్దులులేని అవృత స్థలములు ఊహింపవచ్చునని యింతవరకును సల్పిన మన పర్యాలోచనమున తేలిన సారాంశము గోళీయ స్థలము (మరియు దీర్ఘ వృత్తాకార స్థలము)న అన్ని బిందువులు తుల్యములు కనుక సరళత్వమున అది అన్నిటిని అతిక్రమించుచున్నది. ఈ చర్చా ఫలిత ముగ, ఖగోళశాస్త్రవేత్తలకును ఉత్సాహకరమైన ఒక ప్రశ్న ఉదయిం చును మనము నివసించు జగత్తు (అసలు) పరిమితమా? లేక గోళాకార జగత్తు మాదిరిని పరిమితమా? మన అనుభవము ఈ ప్రశ్నకు సమాధానము ఈయగలుగుటకు చాలినంతగా లేదు. కాని, సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము దీనికి ఒక విధముగ సమాధాన మీయగలుగును. ఈ సంద ర్భమున 80వ ప్రకరణమున ఉదహరింపబడిన ప్రతిబంధకమునకు సముచిత మైన పరిష్కారములభించినది.

# 32

## సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతరీత్యా స్థల నిర్మితి

సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతరీత్యా స్థలముయొక్క రేఖా గణిత ధర్మములు స్వతంత్రముగ నిలబడునవి కావు కాని పదార్థముల మూలమున అవి నిశ్చయింపబడును. తెలియబడిన ఒకదానిని గొని, "ఒక పదార్థ స్థితి మనకు తెలిసినది" అన్న ఆధారముపై చేసిన సమాలోచన జగత్తుయొక్క రేఖా గణిత నిర్మితినిగురించి తుదినిర్ణయములు ఆహరించవచ్చును. సముచితమగునటుల ఎన్నుకొనిన నిర్దేశాంక విధానమున కాంతి పారగమనము యొక్క సరళ వేగముతో పోల్చి చూచిన, నక్షత్రముల సరళ వేగములు తక్కువవని, అనుభవమువలన మనకు తెలిసినదే. పదార్థము నిశ్చలతనున్నటులు భావించుకొనినచో సగటున జగత్తుయొక్క స్వభావమును గూర్చి ఇంచుమించు సరిపోగల తుదినిర్ణయమునకు మనము రాగలుగుదుము.

కొలతకడ్డీలు, గడియారముల యొక్క నడవడి, గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములవలన, అనగా పదార్థవ్యాప్తి విభజనచే ప్రేరేపింపబడియున్నదని లోగడ చర్చలనుండి మనము తెలిసికొంటిమి. మన జగత్తులో యూక్లిడియన్ రేఖా గణితముయొక్క సరియైన ఋజుత్వము యొక్క సాధ్యత త్రోసిపుచ్చుటకు ఈ ఒక్క విషయము చాలియున్నది. కాని మన జగత్తు యూక్లిడియన్ జగత్తునుండి స్వల్పముగనే భేదించుచున్నదని ఊహింపబడినది. ఈ ఊహయునూ ఎక్కువ సంభవనీయముగ కనబడును. ఏలననగా సూర్యుని పరిమాణమునకగు ద్రవ్యరాశులు సహా చాలా తక్కువమేరకు పరివృత స్థలముయొక్క కొలతలు వాని ప్రభావమునకు లోబడియున్నవి. మన జగత్తు చెప్పుకోదగినంతగా ఎచ్చటను సమతలము నుండి విడివడియుండక, ఒక చిన్న చిన్న అలలతో చలించు సరస్సుయొక్క తలమువంటి ఒకానొక సమతలముతో ఏ భాగమున కాభాగము

క్రమబద్ధముకాని వక్రుటువంటున్న తలమును పోలియున్నదని రేఖా గణిత సాంప్రదాయికముగ మనము ఊహించవచ్చును. అట్టి జగత్తును ఇంచుమించు స్థూలదృష్ట్యా బాహ్యాకృతిలో యూక్లిడియన్ జగత్తు అనుట సముచితము. స్థలమునకు సంబంధించి అది అపరిమితముగ నుండును. కాని బాహ్యాకృతిలో యూక్లిడ్ జగత్తున పదార్థము యొక్క సరాసరి సాంద్రత అవశ్యము లేనిదే (Nil) అయి యుండవలెనని లెక్కలు చూపుచున్నవి. అట్టి జగత్తు సర్వత్రా 'పదార్థము'తో కూడియుండజాలదు. 30 వ ప్రకరణమున చిత్రించిన అసంతృప్తికరమైన భావచిత్రమే మనకు గోచరించెను.

భేదము ఎంత స్వల్పముగ నున్నను పదార్థముయొక్క సరాసరి సాంద్రత 'సున్న'కు విభిన్నముగనున్న సరాసరి సాంద్రతగల పదార్థ జగత్తులో నుండవలెనన్న, ఆ జగత్తు అప్పుడు స్థూలదృష్ట్యా (బాహ్యదృష్ట్యా) యూక్లిడ్ జగత్తు కానేరదు. అందుకు వ్యతిరేకముగ, ఒకే రీతిగ పదార్థవ్యాప్తత జరిగియున్నయెడల, జగత్తు అవశ్యము, గోళాకారముగనో లేక దీర్ఘ వృత్తాకారముగనో ఉండవలయునని గణన ఫలితములు సూచించును. వాస్తవమునకు తఱచి తఱచి చూచిన పదార్థ వ్యాప్తత ఒకేతీరునలేదు కనుక వాస్తవ జగత్తు విడివిడి భాగములలో గోళాకారము కాకపోవచ్చును. అనగా, జగత్తు బాహ్యాకృతిలో యించుమించు గోళాకారమున నుండును. కాని, అది అవశ్యమూ పరిమితమైనదే అయియుండును. యదార్థమునకు ఆ సిద్ధాంతము జగత్తున స్థల విస్తీర్ణతకును, అందుండిన పదార్థముయొక్క సరాసరి సాంద్రతకును గల[1] ఒక సామాన్య సంబంధమును కల్పించును.

---

(1) జగత్తుయొక్క వ్యాసార్థమైన R ను కనుగొనుటకు ఈ సమీకరణము లభ్యమగును.

$$R^2 = \frac{2}{K\rho}$$

ఈ సమీకరణములో C. G. S. విధానము వాడిన $\frac{2}{K} = 1.08 \times 10^{27}$,

$\rho$ — పదార్థముయొక్క సరాసరి సాంద్రత; $K$ — న్యూటను యొక్క గురుత్వాకర్షణ స్థిరరాశిలో సంబంధించిన ఒక స్థిరరాశి.

# అనుబంధము - 1

## లారెన్ట్జ్ రూపాంతరణకు సామాన్యోత్పాదనము

(11 వ ప్రకరణమునకు అనుబంధము)

2వ చిత్రమున సూచింపబడిన నిర్దేశాంక విధానములు సాపేక్షముగ అభిస్థాపనకుగాను, రెండు విధానము అందలి '$x$' అక్షములు ఒక దానితో నొకటి శాశ్వతముగా ఏకీభవించును. $x$ - అక్షముమీద స్థానము నిర్దేశింపబడిన సంఘటనలను మొదట విచారణ చేయుట మూలమున, ప్రస్తుత సందర్భమున సమస్యను మనము భాగములుగ విభజింపవచ్చును. అట్టి సంఘటన ఏదైయైనను K నిర్దేశాంక విధానమునకు సంబంధించి, $x$ భుజము, $t$ కాలముల మూలమునను, K' విధానమునకు సంబంధించి, $x'$ భుజము, $t'$ కాలముల మూలమునను సూచింపబడును. $x, t$ లు ఇచ్చినపుడు $x', t'$ లు మనము కనుగొనవలసి యుండును.

$x$ యొక్క ధనాత్మక అక్షమున సాగిపోవుచున్న కాంతి సాంకేతికము ఈ సమీకరణమునకు అనుగుణముగ పంపబడును.

$$x = ct$$

లేక $$x - ct = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ఈ కాంతి సాంకేతికమే '$c$' సరళ వేగముతో K' కు సాపేక్షముగా పంపించవలసియుండును గనుక, K' విధానమునకు సాపేక్షముగా ప్రసారణము ఈ దిగువ సాదృశ్యము సూత్రమున సూచింపబడును.

$$x' - ct' = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

(1) కి సమాధానపఱచు, ఆ స్థలకాల బిందువులు (సంఘటనలు), (2) ను కూడ సమాధానపఱచ వలసియుండును. ఆ సంబంధము సర్వ సామాన్యముగా పూరణము గావింపబడునపుడు, స్పష్టముగ

$$(x'-ct')=\lambda\,(x-ct)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(3)$$

సమీకరణమువలె నుండును - ఇందు '$\lambda$' స్థిరరాశిని సూచించును. ఎందు వలననగా, (3) సమీకరణము రీత్యా, $(x-ct)$ తిరోధానమయిన, $(x'-ct')$ కూడ తిరోధానము కావలసినదే.

ఋణాత్మకమైన '$x$' అక్షముమీదుగా పంపబడిన కాంతి కిరణములకు అదేమాదిరి అవకాశములు కల్పించినయెడల ఈ దిగువ సమీకరణము సిద్ధించును.

$$(x'+ct')=\mu\,(x+ct)\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(4)$$

(3), (4) సమీకరణములను కలుపుటవలన (లేక తీసివేయుటవన) నూ, $\lambda$, $\mu$ స్థిర రాశులస్థానే, సౌలభ్యముకోసమై, $a$, $b$ లను ప్రవేశ పెట్టుట వలననూ, ఇటులగును.

$$a=\frac{\lambda+\mu}{2}$$

$$b=\frac{\lambda-\mu}{2}$$

అపుడు, ఈ దిగువ సమీకరణములు సిద్ధించును.

$$\left.\begin{aligned}x'&=ax-bct\\ ct'&=act-bx\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\quad(5)$$

$a$, $b$ స్థిర రాశులు తెలిసినయెడల, ఈ విధముగ, మన సమస్యకు పరిష్కారము చేకూరును ఈ దిగువ చర్చవలన, ఈ ఫలితములు లభ్యమగును

K' మూల బిందువుకు సదా, $x'=0$ ఉండుటవలన (5)వ సమీకరణమున మొదటిదాని ననుసరించి

$x=\frac{bc}{a}t$ ని బడయుదుము.

K కి సాపేక్షముగ, K' మూ౹ బిందువు చలించు సరళవేగము '$v$' అయిన

$$v=\frac{bc}{a}$$ అగును.................. (6)

K కి సాపేక్షముగ, మరియొక బిందువు అయిన K' యొక్క సరళ వేగము లెక్కగట్టిన యెడలగాని, లేక ($x$ అక్షమువైపునకు మరలింప బడిన) K'కు సంబంధించి, K బిందువుయొక్క సరళవేగము లెక్కగట్టిన యెడలగాని (5)వ సమీకరణమునుండి '$v$' కి అదేవిలువ బడయగలుగుదుము సంక్షేపముగా ఈ ఉభయ విధానములకు సాపేక్ష సరళ వేగము '$v$' అని మనము పేర్కొనవచ్చును.

ఇంతేకాదు, K నుండి నిర్ణయింపబడి, K'కి సంబంధించి, నిశ్చలత నున్న కొలతకడ్డీ ఏకప్రమాణపు పొడవూ K' నుండి నిర్ణయింపబడి, K కి సాపేక్షముగా నిశ్చలతనున్న కొలతకడ్డీ ఏక ప్రమాణపు పొడవూ కచ్చితముగా ఒకటే అయి ఉండవలెనని, సాపేక్షతా సిద్ధాంత మూలతత్త్వము తెలుపుచున్నది. K నుండి చూచినపుడు $x'$-అక్షముమీది బిందువులు ఎట్లు కనబడును-అనునది తెలియుటకుగాను, K నుండి, K' యొక్క ప్రతిబింబము తీసికొనవలయును. (K యొక్క కాలము $t$ యొక్క ప్రత్యేకించిన విలువను ప్రతిక్షేపింప వలసియున్నది - అని దీనియర్థము. ఉదా: $t=0$. $t$ యొక్క ఈ విలువకు (5)వ సమీకరణమునందలి మొదటి దానినుండి

$x'=ax$ సిద్ధించును.

K' విధానములో కొలిచిన దూరము $\triangle x=1$ అగునట్లు వేరు చేయబడిన $x'$ అక్షముమీది రెండు బిందువులు దూరమున మనయొక్క తత్‌క్షణమున తీసిన ఛాయాచిత్రములో

$$\triangle x=\frac{1}{a}$$ .................. (7)

వలన వేరుచేయబడును.

కాని, K' నుండి ($t'=o$) క్షణిక ఛాయాచిత్రము తీసిన యెడల (5) సమీకరణమునుండి $t$ ని విడచివేసినచో, (6)వ వ్యక్తీకరణమునుండి

$$x'=a\left(I-\frac{v^2}{c^2}\right)x$$

మనకు సిద్ధించును.

దీనినుండి, (K కి సాపేక్షముగ) '$x$' అక్షముమీది రెండు బిందువులు ఏకప్రమాణ దూరమున విడివడి యుండినయెడల, మన క్షణిక ఛాయా చిత్రమున

$$\triangle x'=a\left(I-\frac{v^2}{c^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7, a)$$

దూరమున వివరించవచ్చును.

కాని, పూర్వము చెప్పబడిన దానినుండి రెండు క్షణిక ఛాయా చిత్రములూ సర్వసమానములై యుండవలెను. అందుచేత (7)వ సమీ కరణములోని $\triangle x$, (7-$a$) లో $\triangle x'$ కు సమానముగ నుండవలయును. అందువలన

$$a^2=1/\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) \text{ సిద్ధించును} \ldots\ldots\ \ldots\ldots \quad (7\text{-}b).$$

6, (7-$b$) సమీకరణములు, $a$, $b$ స్థిర రాశులను నిశ్చయించును. (5) వ సమీకరణములో ఈ స్థిరరాశులకు ప్రవేశము కల్పించుటవలన, 11 వ ప్రకరణమున ఈయబడిన ఒకటవ, నాలుగవ సమీకరణములు మనకు సిద్ధించును.

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{(x-vt)}{\sqrt{1-\frac{v_2}{c^2}}} \\ t' &= \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

ఈ విధముగ $x$ అక్షముమీది ఘటనలకు నారెన్ట్జ్ రూపాంతరణము మనకు సిద్ధించెను. అది ఈ నియమమును పాటించును.

$$x'^2 - c^2t'^2 = x^2 - c^2t^2 \dots\dots \quad (8\text{-}a)$$

(8) వ సమీకరణమును యథాతథముగనే యుంచుచూ,

$$\left.\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}\right\} \dots\dots \quad (9)$$

అను సంబంధముతో పూరించుటవలన, $x$ అక్షమునకు వెలిగా సంభవించు ఘటనలతోసహా పై ఫలితముయొక్క వ్యాప్తి మనకు సిద్ధించును

K విధానమునకునూ, K' విధానమునకునూ ఇచ్ఛానుగతమగు దిక్కుగా, చను కాంతికిరణములకు 'శూన్యము'నందలి కాంతి సరళస్థిరత్వ గృహీతమును ఈ విధముగ సమాధాన పఱచవచ్చును. ఈ దిగువ విధమున వానిని చూపించవచ్చును.

$t=0$ అయిన కాలమున, K యొక్క మూలబిందువునుండి ఒక కాంతి సంకేతికము పంపితిమని భావింతము. అది

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = ct$$

అను సమీకరణము ననుసరించి ప్రసరింపబడును. లేక, ఈ సమీకరణమును వర్గీకరణము చేయుటవలన వచ్చు

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0 \dots\dots \quad (10)$$

అను సమీకరణము ననుసరించియూ, ప్రసారణ క్రియ జరుగును.

సాపేక్షతా సిద్ధాంత గృహీతముతో చేరిన కాంతి ప్రసారణ సూత్రమున, K' నుండి నిర్ణయించిన, పై లెక్కలోని కాంతి సాంకేతిక పారగమనము

$$r' = ct'$$

అనుదానికి అనుసంధించిన సూత్రము ప్రకారము జరుగవలెను - అననది ఉపపాద్యము కావలెను.

లేక. . $x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=o$ ............... ....(10.a)

(10 a) వ సమీకరణము, (10) వ సమీకరణమునకు పర్యవసానముగ నుండుటకు గాను

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=\sigma(x^2+y^2+z^2-c^2t^2)....(11)$$

అను సమీకరణము మనకు కావలెను.

$x$ అక్షముమీది బిందువులకు (8-$a$) సమీకరణము సరిపడవల యును కనుక $\sigma=1$ అని మనకు సిద్ధించును. $\sigma=1$ కు, 11 వ సమీకర ణమును లారెన్‌ట్‌జ్ రూపాంతరణము వాస్తవముగ సరిపోవునని సులభ ముగ నిరూపితమగును. ఈ విధముగ లారెన్‌ట్‌జ్ రూపాంతరణమును మనము ఉత్పాదింప గలుగుదుము.

(8), (9) సమీకరణముల మూలమున సూచించబడిన లారెన్‌ట్‌జ్ సిద్ధాంతము యింకనూ సర్వసామ్యము గావింపబడవలయును. K అక్ష ములకు K' అక్షములు సమాంతరానుకూలముగ ఎన్నుకొనబడినవా ? లేవా? అనుదానితో నిమిత్తములేదని స్పష్టమగును. K' సరళవేగము, K కి సంబంధించి, '$x$' అక్షము దిక్కుగ నుండవలయును అనునది కూడా అంత ముఖ్యముకాదు - ఇతర దిక్కులుగా సూచించు అక్షములతోడి, ఒక నూతన విధానమువలన దీర్ఘ చతురస్ర నిర్దేశాంకవిధాన ప్రతిస్థాపనకు అనుసంబంధించిన రెండు రకముల రూపాంతరణములనుండి, అనగా (1) విశిష్టార్థమున లారెన్‌ట్‌జ్ రూపాంతరణము నుండియూ, (2) కేవలము అంతరాళ రూపాంతరణము నుండియూ, సర్వ సాధారణార్థమున లారెన్‌ట్‌జ్ రూపాంతరణము మనము నిర్మింపగలము అని యించుక ఆలోచించిన తెలియగలదు.

గణితశాస్త్రరీత్యా, సర్వసామ్యము గావింపబడిన, లారెన్ట్జ్ రూపాంతరణ గుణస్వభావము నిట్లు చిత్రింపవచ్చును

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=x^2+y^2+z^2-c^2t^2 \ldots\ldots\ldots(11\,a)$$

సర్వసామ్య సంబంధము గలిగినట్టి, $x, y, z, t$ అను శ్రేణియ. సఘూత ఉత్పన్నఫలములు అను మాటలలో $x', y', z', t$ ను వ్యక్తపరచవచ్చును. అనగా, ఎడమవైపుననున్న $x', y', z', t'$ అను వానిస్థానే $x, y, z, t$ లో నున్న వాటి వ్యక్తీకరణములు ప్రతిక్షేపించిన యెడల, అప్పుడు $(11.a)$ లో ఎడమవైపున నున్నది, కుడివైపుననున్న దానితో ఏకీభ వించును.

# అనుబంధము - 2

## మిన్‌కౌస్కీ చతుర్మితీయ అంతరాళము

(17 వ ప్రకరణమునకు అనుబంధము)

కాలము చరరాశి $t$ స్థానే ఊహాంకము $\sqrt{-1}. ct$ ని ప్రవేశ పెట్టినయెడల, లారెన్ట్‌జ్ రూపాంతర గుణస్వభావములు ఇంకను సులభముగ మనము వివరింపవచ్చును. ఇందున కనుగుణముగా,

$$x_1 = x$$
$$x_2 = y$$
$$x_3 = z$$
$$x_4 = \sqrt{-1}.ct$$

ప్రవేశపెట్టినయెడల, అదేరీతిని ప్రధానమైన K' విధానమున జరిపిన యెడల, ఆ రూపాంతరణమును (ఉభయతః సరిసమానమైన) ఈ దిగువ రీతిని వెలువరించవచ్చును :

$$x_1'^2 + x'^2_2 + x'^2_3 + x'^2_4 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \ldots (12)$$

అనగా, నిర్దేశాంకములకు ముందు ఉదహరింపబడిన ఎన్నిక మూలమున (11a) సమీకరణము, పై సమీకరణములోనికి రూపాంతర మందినది.

(12) వ సమీకరణమునుండి, ఊహాత్మక కాలనిర్దేశాంకమగు $x_4$, స్థలాత్మకమైన $x_1, x_2, x_3$ నిర్దేశాంకములుగ, రూపాంతరణ దశకు ప్రవేశించినది. ఈ హేతువువలననే సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము, స్థలాత్మకమైన $x_1, x_2, x_3$, నిర్దేశాంకములవలె, కాలము '$x_4$' అదే రూపమున స్వాభావిక సూత్రములలోనికి ప్రవేశించును. $x_1, x_2, x_3, x_4$ నిర్దేశాంకముల మూలమున వివరింపబడిన "చతుర్మితీయ ఏకాండము", "ప్రపంచకము" అని మిన్ కౌస్కీచే పిలువబడినది. ఘటనాఘటన బిందు

వును, ప్రపంచకము-బిందువు అని అతడు పేర్కొనెను. త్రిమితీయ స్థల మునందలి 'ఘటన' నుండి యథాస్థితముగ భౌతికశాస్త్రము చతుర్మితీయ ప్రపంచమున సుస్థితి గాంచును.

ఈ చతుర్మితీయమగు ప్రపంచకము (యూక్లిడ్) వైశ్లేషిక రేఖా గణితమందలి త్రిమితీయమగు స్థలమునకు సన్నిహిత సాదృశ్యమును కలిగి యున్నది. ఒకే మూలబిందువుతో, త్రిమితీయ స్థలమున, కార్టీషియన్ నూత్న నిర్దేశాంక విధానమున $(x'_1, x'_2, x'_3)$ లను ప్రవేశ పెట్టిన యెడల $x_1, x_2, x_3$ ల సజాతీయ ఫల ఉత్పన్నములుగ $x'_1$, $x'_2$, $x'_3$ లు అగును. అవి ఈ దిగువ సమీకరణమునకు అభిన్నముగ వర్తించును.

$$x'^2_1 + x'^2_2 + x'^2_3 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

(12) వ సమీకరణముతోడి సాదృశ్యము సంపూర్ణమయినది యగును. మిన్కౌస్కి "ప్రపంచమును", వ్యావహారిక మర్యాదను, (ఊహాత్మక మైన 'కాల' నిర్దేశాంకముతోకూడిన) చతుర్మితీయమగు 'యూక్లిడ్' మత మున 'స్థలము' అగునని మనము అనవచ్చును. చతుర్మితీయ ప్రపంచ మున లారెన్ట్జ్ రూపాంతరణము భ్రమణ నిరూపక విధానమునకు అనురూపముగ నుండును.

# అనుబంధము - 3

## సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క ప్రయోగాత్మక ధృవరూపణము

ఒక క్రమబద్ధమైన సైద్ధాంతిక దృక్పథమునుండి, ప్రయోగ సాధ్యమైన పరిణామ క్రమణికను అవిచ్ఛిన్నమగు నిగమన ప్రక్రమముగ, మనము ఊహించవచ్చును. ప్రత్యేక పరిశీలనమున, అనుభవ ప్రధాన సూత్ర స్వరూపములలో, బహుసంఖ్యాకములయిన ప్రవచనములు, ఒండొంటితో పోల్చి సమీక్షించి, వానినుండి ధృవపఱుపనగు సర్వసామాన్య సూత్రములు, సూత్రప్రాయముగనే సిద్ధాంతములుగ వెలువరింపబడినవి. ఈ విధముగ పరిగణించినచో శాస్త్రాభివృద్ధి, వర్గీకరణ మొనరించి సేకరించిన ఒక సూచీ వివరణమును కొంతవఱకు పోలియున్నది. అది యథాతథముగ గ్రహించిన ఒక సాహసమగు అనుభవ ప్రధానమైన ఉద్యమము.

కాని సరియైన ప్రక్రమము యావత్తూ, ఏ విధముగనూ ఈ దృక్పథమున యిముడలేదు. ఎందువలననగా, ప్రయోగాత్మక శాస్త్రమున ప్రముఖపాత్ర వహించే అంతఃప్రేరణము నిగమనచింతన అను వానివి ఇది ఈ దృష్టి ప్రసక్తికి తేనేలేదు. ప్రాథమిక దశనుండి శాస్త్రము బయటపడిన వెంటనే, కేవలమూ ప్రక్రియలు వర్గీకరించినంత మాత్రమున సైద్ధాంతిక పురోగతులు కలిసిరావు. అనుభవగత దత్తాంశము చూపిన దారి ననుసరించి ప్రత్యక్ష ప్రమాణము లనబడే అల్ప సంఖ్యాకములూ, మూల బద్ధములూ అగు ఊహ్యాములనుండి, హేతుబద్ధముగ ఆహరింపబడిన ఒక ఆలోచనా విధానమును, సర్వసాధారణముగ అన్వేషకుడు సూత్రీకరించును. అట్టి క్రమబద్ధమైన ఆలోచనను "సిద్ధాంతము" అని వ్యవహరింతుము. సూత్రము ఏ ఒకటికి ఆ ఒకటినిగొని సాధించిన బహుసంఖ్యాక

ములగు పరిశీలనములు పరస్పరము సంబద్ధములు అయినను సత్యముమీదనే సిద్ధాంతముయొక్క ఋజుత్వమున్నది.

అందుననే, సిద్ధాంత సత్యము పాదుకొనియుండు సంకీరములయిన అనుభవమునందలి దత్తాంశకములకు అనురూపముగ, గమనించ దగినంత మేరకు పరస్పరము భిన్నములైన, పెక్కు సిద్ధాంతములూ ఉండవచ్చును. కాని, సిద్ధాంతములనుండి 'నిగమనముల' పట్టి చూచిన, అవి శోధించుటకు చాలియున్నవి. రెండు సిద్ధాంతములు నిగమనములలో పరస్పరము భేదించును అనబడు నిగమనములను కనుగొనుట దుస్తరము. సిద్ధాంతము లనబడు ఏకీభావము అంత పూర్ణముగ కుదిరియుండవచ్చును. ఉదాహరణమునకు డార్విన్ వెలయించిన బ్రతుకుటకైన పోరులో జరుగు జాత్యభివృద్ధి సిద్ధాంతములోనూ, వంశపారంపర్యా సంక్రమించు ఉపార్జిత గుణ ధర్మ పరికల్పనముమీద ఆధారపడియున్న అభివృద్ధి సిద్ధాంతములోను సాధారణముగ కుతూహలకరమగు విషయము జీవశాస్త్రమండలమున లభించును.

ఇటు న్యూటోనియన్ యాంత్రిక శాస్త్రములోనూ, అటువైపు సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతములోనూ, ఈ రెండు సిద్ధాంతములనుండి ఆహరింపబడిన నిగమనముల మధ్య సర్వత్రా అనువర్తించు ఐక్యత, మరియొక దృష్టాంతము - సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునుండి పరిశీలనకు చాలిన నిగమము లొక కొన్నిమాత్రమే ఈనాటి వరకును కనుగొనగలిగితిమి సాపేక్షతా సిద్ధాంతమునకు పూర్వమున్న భౌతిక శాస్త్రముకూడ ఆ నిగమనములకు దారి కల్పింపదు. ఆ ఉభయ సిద్ధాంతములయందును ప్రధాన కల్పనలలోని గంభీరభేదము లతింపనంతగా ఈ ఐక్యత సాగిపోవుచున్నది. ఇక తెలుపబోవు విషయములలో, ముఖ్యములగు ఈ నిగమనములను పునర్విమర్శింతము. మఱియు ఇంతవరకునూ లభ్యమయిన ఆ నిగమనములకు సంబంధించిన అనుభవిక సాక్ష్యమును గూర్చియూ చర్చింతము.

(ఎ) బుధునియొక్క అను సూర్య బిందు గతి.

న్యూటోనియన్ యాంత్రిక శాస్త్రము, న్యూటను గురుత్వాకర్షణ సూత్రము-వీటి ననుసరించి, సూర్యునిచుట్టును పరిభ్రమించు ఒక గ్రహము, సూర్యునిచుట్టూ, లేక యింకను విర్దుష్టముగ, సూర్యునకును, గ్రహమునకును సమానముగాగల గరిమనాభి చుట్టూ, ఒక దీర్ఘవృత్తమును చుట్టును. అట్టి విధానమున సూర్యునకు లేక ఉభయసామ్య గరిమనాభి గ్రహమునకు సంబంధించిన దీర్ఘవృత్తముయొక్క నాభి కేంద్రముల నొక దానిపై నుండును. ఒక గ్రహ సంవత్సర కాలములో, సూర్యునకు, గ్రహమునకు గల దూరము, కనిష్ఠమునకు దిగజారునట్టి క్రమమును పాటించును. న్యూటన్ సూత్రమునకు బదులుగ, భిన్నమగు ఆకర్షణ సూత్రమునకు గణనమున ప్రవేశము కల్పించిననూ, ఈ నవీన సూత్రానుసారము సూర్యగ్రహ మధ్యగతదూరము కాలిక వ్యత్యాసము చూపునట్లుగనే చలనము జరిగిపోవుచుండుటను కనుగొందుము. కాని, అట్టి కాల వ్యవధానములో (అను సూర్యబిందువునుండి సూర్యునకు అత్యంత సన్నిహితస్థానము అను సూర్య బిందువునకు) సూర్యుని, గ్రహమును కలుపుచు గీయబడిన రేఖవలన చేయబడిన కోణము 360° కాకపోవును. కక్ష్యారేఖ అపుడు అవృతమయియుండదు. కాని క్రమేణా, గ్రహపథ సంబంధ తలముయొక్క వలయభాగముచే పూరింపబడును. అనగా, సూర్యుని నుండి గల గ్రహగతదూరము కనిష్ఠవృత్తమునకు మధ్యగనున్నది.

సహజముగ న్యూటన్ సిద్ధాంతమునకు భిన్నమయిన సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారమున కూడా, న్యూటన్. కెప్లర్ గ్రహ గతి నుండి గ్రహము కక్ష్యలో కొలదిమార్పు సంభవించును. అది

$$+\frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)}$$

అనుదానివలన దత్తమైన ప్రమాణమొత్తము ఒక పూర్తిభ్రమణమునకు సంబంధించి, ఒక అను సూర్య బిందువునకు, దాని ప్రక్క బిందువునకు

మధ్య సూర్య-గ్రహ వ్యాసార్థముతో చుట్టబడిన కోణము ఎక్కువగా నుండునట్లు సభవించును.

(సూచన :- భౌతికశాస్త్రమున మామూలుగ వాడబడు నిరపేక్ష మాపకములో ఒక పూర్తిభ్రమణము $2\pi$ కోణమునకు అను రూపముగ నుండును. ఒక అను సూర్యబిందువునకు దానిప్రక్క బిందువునకు మధ్య గల కాలవ్యవధానములోని కోణమును సూర్య-గ్రహ వ్యాసార్థమును మించు ప్రమాణ మొత్తముపై వ్యక్తీకరణ ఇచ్చును.) ఈ సమాసములో '$a$' దీర్ఘవృత్తకముయొక్క బృహదర్థాక్షమునూ, '$e$' దానియొక్క ఉత్కేంద్రతనూ, '$c$' కాంతిగతి వేగమునూ, '$T$' గ్రహ పరిభ్రమణ కాల పరిమితినీ సూచించును. మన ఫలితమును ఈ దిగువ విధమున కూడ ప్రవచించవచ్చును - సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము, గ్రహ కక్ష్యగతితో సమానమైన భావమున, సూర్యునిచుట్టూ, దీర్ఘ వృత్తము యొక్క 'గురు అక్షము' పరిభ్రమించును. బుధగ్రహమునకు, ఒక్కొక్క శతాబ్దమునకు, ఈ భ్రమణము '43' సెకనుల ప్రమాణమొత్తము అగుట సిద్ధాంతము అపేక్షించును. కాని, సూర్య కుటుంబమునకు, యితర గ్రహములకు, దాని పరిమాణము ఇంత అని తెలుపరానంత చిన్నదిగ నుండవలయు[1].

వాస్తవిక సంభవమగు విషయమున, ప్రస్తుత కాలమున, అందు లాటుననున్న, అతిసూక్ష్మపరిశీలనకు సంబంధించి కచ్చితముగ బుధ గ్రహముయొక్క గోచరితమగు గతిని లెక్కవేయుటకు న్యూటన్ సిద్ధాంతము చాలదని ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలు కనుగొనిరి. బుధ గ్రహముపై యితర గ్రహముల ఒత్తిడివలన కలుగు అలజడి ప్రభావములు లెక్కకుగొని,

---

1. అందులో ప్రత్యేకించి, ఆ తరువాత గ్రహమయిన శుక్రుడు, ఇంచు మించు ఒక క్రమ వ్యుత్క్రమయిన కక్ష్యను కలిగియున్నది. ఇందువలన కచ్చితముగ అను సూర్య బిందువు గుర్తించుట కష్టతరము.

(1859 న లెవెర్‌రియర్, 1895 న న్యూకూమ్బ్) పై నుదహరింపబడినట్లు, ఒక్కొక్క శతాబ్దమునకు +43 చాపము సెకనులనుండి ఎక్కువ నిశిత ముగ భిన్నము గానటువంటి, సహేతుకముగ విశదీకరింప బడినటువంటి, బుధగ్రహ కక్ష్యముయొక్క అను సూర్యబిందుగతి అట్లే ఉండునని కనుగొనబడెను. అనుభవిక ఫలితమయిన సంధిగ్ధ పరిమాణము కొన్ని సెకనులు మాత్రమే.

(బి) గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమువలన కాంతి విక్షేపము

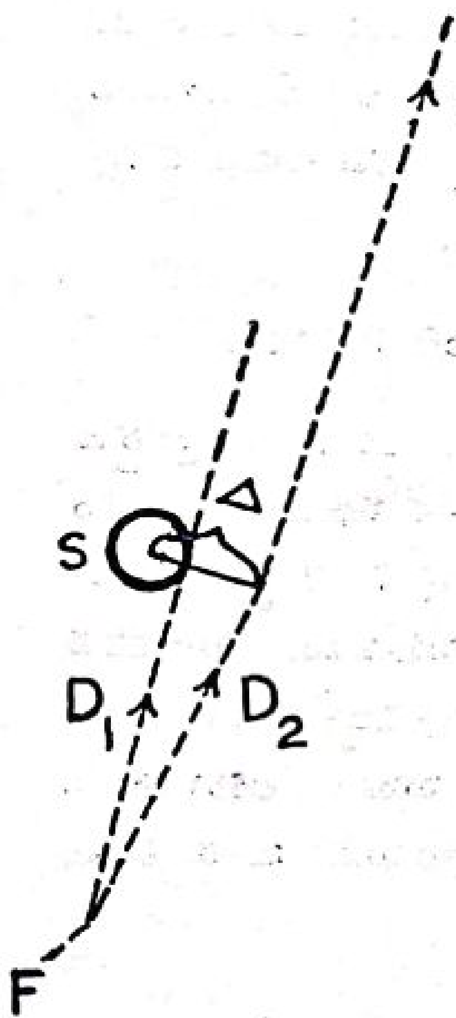
సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము, ఒక గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముగుండా పోవునపుడు ఒక కాంతికిరణము తన పథమునుండి వక్రించుట అనుభవగతము. ఈ వక్రత, గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముగుండా విసరబడిన వస్తువుయొక్క పథ వక్రతను పోలియుండును. అది 22 వ ప్రకరణమున ఇంతకుముందే ఉదాహరింపబడెను. ఈ సిద్ధాంత ఫలితముగ, ఒక ఖగోళ వస్తువుపై పునకు వక్రీభవించును, అని మనము ఆశింపనగును. కేంద్రమునుండి సూర్యుని వ్యాసార్థముల $\Delta$ దూరమున సూర్యుని అతిక్రమించు కాంతి కిరణమునకు విక్షేపకోణము $\propto$

$$\propto = \frac{1.7 \text{ చాపము సెకనులు}}{\Delta} \text{ అగును.}$$

ఈ సిద్ధాంతానుసారము, ఈ విక్షేపమున సగము న్యూటోనియన్ సూర్యాకర్షణ శక్తి క్షేత్రమువలన ఉత్పాదింపబడిన క్షేత్రీయ స్థల సవరణ (వక్రత) మువలన జరుగును.

సంపూర్ణ సూర్యగ్రహణ కాలవ్యవధానమున నక్షత్రములయొక్క ఛాయాచిత్రోల్లేఖన మూలమున, ప్రయోగాత్మక ఫలితము పై ఫలితమును ఒప్పుకొనును సంపూర్ణ సూర్య గ్రహణమువఱకును మన మేల వేచియుండ వలెననుదానికి కారణము ఒకటియే. తదితర సమయముల యందు సూర్యుని పరివేషమండలమునకు చేరువను నెలకొనిన, నక్షత్ర

ములు కానరానంత బలీయముగా సూర్యునినుండి చనుదెంచు కాంతివలన వాతావరణము ఉత్తేజితము గావింపబడుటయే. ఈ ముందుగ సూచింపబడిన ఈ ఫలితము, ఇందు జతపరుపబడిన రేఖా చిత్రమువలన స్పష్టముగ నిరూపింపబడినది - సూర్యుడు కనుక లేకున్నయెడల, అనుభవవికముగ, అనంతదూరమునసున్న నక్షత్రము భూమినుండి పరిశీలింపబడిన యెడల, $D_1$ దిక్కుగ కనిపించును. కాని, సూర్యునివలన, నక్షత్రములనుండి వచ్చు కాంతియొక్క విక్షేపణ పర్యవసానముగా నక్షత్రము $D_2$ దిక్కుగ కనిపించును. అనగా, సూర్యునినుండి నక్షత్రము గల వాస్తవికదూరముకన్న ఇంకనూ కొంచెము ఎక్కువ దూరమున నున్నట్లు కనికనిపించును.




పటము 5

ఈ సమస్య వాడుకలోనున్న ఈ దిగువ విధమున పరిశోధింపబడినది. ఒక సూర్యగ్రహణ కాలములో సూర్యుని పరిసరములనున్న నక్షత్రములు ఛాయాచిత్రములు గావింపబడును. వానికితోడు, ఆకాశమునందు వేఱొక స్థానమున సూర్యుడు ఉన్నపుడు, అనగా కొన్ని నెలలు ముందు, వెనుకలలో అవే నక్షత్రముల ఛాయాచిత్రములు తీసికొనబడును. ప్రామాణిక ఛాయాచిత్రముతో పోల్చి చూచిన, గ్రహణ కాలమున తీయబడిన ఛాయాచిత్రములందలి నక్షత్రముల స్థానములు $a$ కోణమునకు అను రూప పరిమాణమున (సూర్యుని కేంద్రమునుండి దూరమున) త్రిజ్యాకు వెలిగా విక్షేపణ మందినట్లు కనబడవలయును.

ఈ ప్రముఖ నిగమనము గురించి, అన్వేషణ సాగించిన, రాయల్ సొసైటీ వారికినీ, రాయల్ అస్ట్రొనామికల్ సొసైటీ వారికినీ, మన మెంతయూ ఋణపడి యున్నారము. యుద్ధమువలననూ, యుద్ధము

వలన ప్రేరేపింపబడిన భౌతిక, మానసిక ప్రకృతిద్వయిని కలుగు కష్టములవలననూ వెనుకంజ వేయకుండా, ఈ సంఘములు ఒకటి – సోబ్రల్ (బ్రెజలు), రెండు – ప్రిన్సిపి (పశ్చిమ ఆఫ్రికా)కు రెండు సాహస యాత్రలకు సన్నాహములు గావించిరి. 1919వ సంవత్సము, మే 29వ తేదీని పట్టిన సూర్యగ్రహణముయొక్క ఛాయాచిత్రములు సేకరించుటకుగాను, (ఎడింగ్‌టన్, కాటింగ్‌హామ్, క్రోమ్ మిలెన్, డేవిడ్‌సన్) కాగల మిగుల ప్రసిద్ధికెక్కిన బ్రిటిష్ దేశీయులూ అగు ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలను చాలా మందిని పంపిరి. గ్రహణ కాలములో గొనిన నక్షత్ర ఛాయా చిత్రములకునూ, పోల్చుటకై తీయబడిన చిత్రములకునూ, నడుమ నూహింపబడిన తేడా మిల్లిమీటరులో కొన్ని వందలవంతు మాత్రమే–అని లెక్కకు వచ్చినది. ఛాయా చిత్రములు తీయుటకునూ, ఆ దరిమిలా వాటిని కొలుచుటకుగాను వలసిన దిద్దుబాటులు సరిచియుటకు, ఈ విధమయిన సవరణములు అవసరము. కొలతల ఫలితములు, సంపూర్ణముగ తృప్తికరమయిన పద్ధతిని, ఆ సిద్ధాంతమును ధ్రువపఱచెను. పరిశీలింపబడిన వానియొక్క అంగ భాగములనూ, లెక్క తేల్చిన, నక్షత్రముల విచలనము (చాపము సెకనులలో) ఈ దిగువ ఫలితముల పట్టీయందు పొందుపరచబడినవి.

| నక్షత్రము సంఖ్య | మొదటి నిర్దేశాంకము | | రెండవ నిర్దేశాంకము | |
|---|---|---|---|---|
| | పరిశీలనమున | గణనమున | పరిశీలనమున | గణనమున |
| 11 .... | −0.19 | −0.22 | +0.16 | +0.02 |
| 5 .... | +0 29 | +0,31 | −0.46 | +0.43 |
| 4 .... | +0.11 | +0.10 | +0.83 | +0.74 |
| 3 .... | +0.20 | +0.12 | +1.00 | +0.87 |
| 6 .... | +0.10 | +0.04 | +0.57 | +0.40 |
| 10 .... | +0.08 | +0.09 | +0.35 | +0.32 |
| 2 .... | +0 95 | +0.85 | −0.27 | −0.09 |

## (సి) కోణరేఖవైపునకు వర్ణక్రమరేఖల విస్థాపనము

గెలెలియన్ విధానము K కు సంబంధించి, పరిభ్రమించుచున్న K′ విధానములో, సర్వసమానములుగ నిర్మితము లైనవియూ, పరిభ్రమించుచున్న సూచ్యవస్తువునకు సంబంధించి నిశ్చలత నున్నటుల ఊహింపబడినవియూ అగు గడియారములు, గడియారములయొక్క స్థానముమీద ఆధారపడిన వేగములతో నడచునని, 23 వ ప్రకరణమున చూపబడినది. ఈ ఆధారత పరిణాత్మకముగ ఇప్పుడు పరీక్షింతము. ఒక గుండ్రనిబిళ్ల కేంద్రమునుండి $r$ దూరమున నెలకొల్పిన గడియారము K కి సాపేక్షముగ కలిగియున్న గతివేగమునకు ఈ సమీకరణము సరిపోవును.

$$v=wr.$$

ఇందు, $w$, R కి సంబంధించి, K′ గుండ్రని బిళ్లయొక్క పరిభ్రమణమునకు చెందిన కోణీయవేగమును సూచించును. K కి సాపేక్షముగ గడియారము నిశ్చలత నున్నపుడు ఒక కాలవు మానమున గడియారము టిక్, టిక్‌ల సంఖ్యను (గడియారము రేటును) $v_0$ సూచించినయెడల, $v$ గతివేగముతో K కి సాపేక్షముగా నడచుచున్నమా, గుండ్ర బిళ్ళకు సంబంధించి, నిశ్చలతనున్న గడియారము రేటు $v$, 12 వ ప్రకరణాను సారము

$$v=v_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

లేక, కచ్చితముగ

$$v=v_0\left(1-\tfrac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) \text{ ఈయబడును.}$$

ఈ సమీకరణమును, ఈ దిగువ స్వరూపమునకూడ వ్యక్తపఱచవచ్చును.

$$v=v_0\left(1-\frac{1}{c^2}\frac{w^2r^2}{2}\right).$$

గడియారముయొక్క స్థానమునకునూ, గుండ్రని బిళ్ళయొక్క కేంద్రము నకునూ నడుమగల అపకేంద్ర బలముయొక్క విభేదమును, అనగా వ్యతిరేకముగా పరిగణించిన భ్రమించుబిళ్లమీది గడియారముయొక్క స్థానము నుండి, బిళ్లయొక్క కేంద్రమునకు పంపుటకుగాను అపకేంద్రీయ బలమునకు వ్యతిరేకముగ ద్రవ్యరాశియొక్క ఏక ప్రమాణముమీదికి జరుగవలసియున్న పనిని Φ మూలమున సూచించిన,

$$\Phi = -\frac{W^2 r^2}{2} \quad \text{వచ్చును.}$$

దీనినుండి, అనుసరించునది :

$$v = v\left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right)$$

తొలుత, సర్వసమానముగ నిర్మితములయిన రెండు గడియారములను, గుండ్రని బిళ్లయొక్క కేంద్రమునుండి వేరువేరు దూరములందు ప్రతిష్ఠించినవుడు, అవి విభిన్న వేగములతో నడచునని పై వ్యక్తీకరణమున మనము చూతుము. బిళ్లతోపాటు, పరిభ్రమించుచున్న పరిశీలకునిదృష్ట్యా కూడా ఇట్టి ఫలితమే ఏర్పడును.

ఇప్పుడు, బిళ్లనుండి నిర్ణయించిన, బిళ్ళ Φ విభవముయొక్క గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములోనున్నది, కనుక, మనకు లభించిన ఫలితము అతిసామాన్యముగ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రములకు సరిపడును. ఇంకనూ, గడియారమువలెనే, వర్ణక్రమరేఖల నీనుచున్న ఒక అణువును, అపుడీ దిగువ ప్రవచనము సరిపడునట్లు మనము భావించవచ్చును.

ఒక అణువు, అది ప్రతిష్ఠింపబడినట్టి గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముయొక్క విభవముమీద ఆధారపడియున్న తరచుదనమును కాంతి లీనము గావించును లేక బహిష్కరించును. ఒక ఖగోళిక వస్తువుయొక్క ఉపరిభాగమున ప్రతిష్ఠింపబడిన ఒక అణువుయొక్క తరచుదనము స్వేచ్ఛాస్థలమున (లేక సూక్ష్మతర ఖగోళిక వస్తువుయొక్క ఉపరిభాగముమీద) ప్రతి

ష్ఠింపబడిన అదే మూలద్రవ్యపు అణువు తరచుదనముకన్న కొలదిపాటి తక్కువగ నుండును. అప్పుడు,

$$\Phi = -K.\frac{M}{R}$$ ఇందు K న్యూటనుయొక్క గురుత్వాకర్షణ స్థిరరాశి, M ఖగోళ పదార్థముయొక్క ద్రవ్యరాశియై యున్నవి. భూమియొక్క ఉపరిభాగమున ఉత్పాదింపబడిన అదే మూలద్రవ్యముయొక్క వర్ణక్రమ రేఖలతో పోల్చిచూచిన, నక్షత్రముల ఉపరిభాగమున ఉత్పాదింపబడిన, వర్ణక్రమ రేఖలకు, ఎఱుపు వైపునకు ఈ విధమైన విస్థాపనము సంఘటిల్లవలయును. ఈ విస్థాపన యీ క్రింది సమీకరణమువలన ఈయబడుచున్నది.

$$\frac{v_0 - v}{v_0} = \frac{K}{c^2}\frac{M}{r}.$$

ఈ సిద్ధాంతము ప్రకారము, సూర్యునిపట్ల తెల్పబడిన, ఎఱుపువైపునకు విస్థాపనము యించుమించు తరంగ దైర్ఘ్యమున యిరవై లక్షోవంతునకు వచ్చును. నక్షత్రముల ద్రవ్యరాశి $r$ కాని, వ్యాసార్థము $r$ కాని తెలియబడనేరవు కనుక, నక్షత్రముల విషయమై విశ్వసనీయమగు లెక్క తేల్చుట సాధ్యము కాదు.

ఈ ఫలితము ఉన్నదా ? లేదా ? అను ప్రశ్న అందరిముందు ఉన్నదే. ప్రస్తుత కాలమున (1920) ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలు ఆ చిక్కు ఎడలించుటకు మిక్కిలి ఆవేశముతో పనిచేయుచున్నారు. సూర్యునకు సంబంధించి ఈ ఫలితము అతిసూక్ష్మమగుటచే, అది ఉన్నదని అభిప్రాయ మేర్పడుట చాల కష్టము. గ్రేబి, బాకెమ్ (బాన్) అనువారు తమ స్వంత కొలమానముల ఫలితముగను. 'ఎవర్‌షెడ్', స్క్వరర్ చైల్డ్‌వారి సైనోజిన్ పట్టీలమీదను నిర్వివివాదమున ఈ ఫలితము ఉన్నదని నివేదించిరి. ఇతర పరిశోధకులు, అందు ముఖ్యముగ సెయింట్ జాన్‌వారి కాలమానముల పర్యవసానమున, విరుద్ధాభిప్రాయమునకు వచ్చిరి.

వర్ణక్రమముయొక్క తక్కువగ వక్రీభవించు కొనవైనకు మొగ్గువు రేఖల విస్థాపనములు స్థిరనక్షత్రముల గణనము.ల అనుసంధానతవలన పయత్నెట్టబడినవి. కాని, వాస్తవమునకు, ఈ విస్థాపనలు గురుత్వాకర్షణ శక్తి ఫలితమునకు అంటగట్టవలయునా లేదా అనుదానిపై నిశ్చితమైన ఒక నిర్ణయమునకు వచ్చుటకు, ఇప్పటివరకును అందుబాటునున్న, దత్తాంశ ముల పరిశీలనము ఓప్పుటలేదు. "జూర్ ప్రూఫన్‌గ్ డెర్ అల్జెమియినెన్ రెలిటి౹టట్‌స్-థియెరీ" (డీనాటుర్ విస్‌సెన్ స్కాఫ్ టిన్ 1910, నెం. 85 రు, పుట 520, జూలియస్ స్ప్రిన్‌గెర్, బెర్లిన్) అను పేరున ఈ ఫ్రూయిన్‌డ్‌లీచ్ వలన, ప్రవచనమున, పరిశీలనా ఫలితములన్నియు సమీకరించబడి, ఇప్పుడు మనలక్ష్యమునున్న ప్రశ్నను దృష్టియందిడుకొని, ప్రతి అంశము నెత్తికొని, విపులముగ చర్చించెను. ఇక కొలది సంవత్సరము:లలో, ఏలాగునయిున, ఓక నిశ్చితమైన తీర్మానమునకు వచ్చుట తటస్థించును. గ:రుత్వాకర్షణ విభవమువలన, ఎఱుపువైపునకు, వర్ణక్రమ రేఖల విక్షేపము వ్యాప్తిని లేకున్నయెడల, సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము, ప్రతిపాదనీయము కానేరదు. మఱియు వర్ణక్రమ రేఖల విస్థాపనకు కారణము గురుత్వాకర్షణ విభవమువైపు:కు కారణము గురుత్వాకర్షణ విభవమువైపునకు జాడల చూపించిన, ఈ విస్థాప పరిశ్రమ ఖగోళ వస్తువుల ద్రవ్యరాశినిగూర్చి ముఖ్యమైన విషయములు మనకు లభి.చును.

సూచన : వర్ణక్రమము:యొక్క ఎఱుపు కొనవైపు వర్ణక్రమరేఖల విస్థాపన, 1924 సంవత్సరమున ఆడమ్సువలన, మృగవ్యాధ నక్షత్ర సహచరమగు దట్టమైన సహచరునిమీద పరిశీలనమున, నిశ్చితముగ నిరూపించ బడెను. ఫలితము సూర్యునిమీదనున్న దానికన్న యించుమించు 30 రెట్లు ఎన్కువగనున్నది

# అనుబంధము - 4

## సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము అంతరాళ నిర్మితి

### (32 వ ప్రకరణమునకు అనుబంధము)

ఈ చిన్న పుస్తకము తొలి ప్రచురణమునుండియు విశాల విస్తృతిని (విశ్వాత్మకసమస్య) అంతరాళ ప్రకృతినిగూర్చి మన జ్ఞానము ముఖ్యమైన అభివృద్ధి నందుకొనినది. అందువలన సామాన్య వివరణము నందుకూడా దానిని అవశ్యము తెలుపవలయును.

ఈ విషయమై నా తొలిసమాలోచనలు రెండు పరికల్పనలపై ఆధారపడియున్నవి :

1. అంతరాళమంతటా సరాసరి సాంద్రతగల పదార్థము ఉన్నది. అది ఎల్లెడల సమమూ, శూన్యాంకమునకు విభిన్నము.

2. స్థల పరిమాణము (వ్యాసార్థము) కాలముపై ఆధారపడియుండలేదు.

సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము, పై రెండు పరికల్పనలూ సుసంబద్ధములు అని ఋజువు చేయబడెను. కాని, క్షేత్ర సమీకరణములకు ఒక పదముమాత్రము చేర్చబడెను. అట్టి పదము సిద్ధాంతమునకు అవసరములేదు. సైద్ధాంతికదృష్ట్యా అది స్వాభావికముగ కనబడదు. (క్షేత్ర సమీకరణముల విశ్వాత్మక పదము) రెండవ పరికల్పనము ఎవడయిన విడిచిన, అతడు అంతులేని ఊహాగానముల చిక్కుకొనునని తలచుటచే, అది అప్పటిలో తప్పనిసరిగా కనఁబడెను.

ఏది ఎటులయినను, శుద్ధ సైద్ధాంతికదృష్ట్యా, భిన్న పరికల్పనము ఒకటి, స్వాభావికమని ఇంతకుపూర్వము యిరువదులలో 'ఫ్రెయిడ్‌మన్' అను రష్యన్ శాస్త్రజ్ఞుడు నిరూపించెను. రెండవ పరికల్పనము విడువనెంచినచో, గురుత్వాకర్షణక్షేత్ర సమీకరణములలోనికి తక్కువ స్వాభా

ఏకమయిన సృష్టిక్రమ పదమును ప్రవేశము కలిగించుకుండగనే, మొదటి పరికల్పనము అటులే ఉంచుట సాధ్యమని అతడు గ్రహించెను. అనగా, మూలక్షేత్ర సమీకరణములు ఈ పరిష్కారమును అంగీకరించెను. అందులో ప్రపంచక వ్యాసార్థము కాలముమీద ఆధారపడియుండును. (విస్తృతి నందుచున్న స్థలము) ఆ భావముతో 'ఫ్రెయిడ్‌మన్' సిద్ధాంత రీత్యా అంతరాళ విస్తృతి ఆ సిద్ధాంతమునకు అవసరమగును అని చెప్ప వచ్చును.

కొన్ని సంవత్సరములకు యిటీవల నీహారికల దూరముతో, ఒక క్రమభంగిని అతిశయించునట్టి ఒక కోణ విచలనమును ప్రసారితములగు చున్న వర్ణక్రమరేఖలు చూపించెనని 'హబుల్' అనునతడు అతిరిక్తమందా కినీయ నీహారికలపై ప్రత్యేకించి సాగించిన అన్వేషణల మూలముగ నిరూపించెను. మనము ప్రస్తుతము గడించిన జ్ఞానమునకు సంబంధించి, డాప్లర్ మూలతత్వ భావమున యిట్లు వ్యాఖ్యానించవచ్చును. "ఫ్రెయిడ్ మన్" సిద్ధాంతరీత్యా గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర సమీకరణములకు బద్ధమయిన నక్షత్ర విధానము యొక్క వ్యాప్తినందు బలపడుచు చున్నదని ఊహించ వచ్చును. కాని, అందు ఒక క్రొత్త చిక్కు బయలుదేరును. సైద్ధాంతిక దృష్ట్యా, విస్పందేహాస్పదమైనదయినా, హబుల్‌చే 'అతివ్యాప్తిగా' కనుగొన బడినదియు అగు మందాకినీయ రేఖావిచలనముపై వ్యాఖ్య ఈ 'అతి వ్యాఖ్య ఈ 'అతివ్యాప్తి' మూలము, ఇంచు మించు గతమున $10^9$ సంవత్సరముల పూర్వము జరిగిన యుండవలెనుటకు త్రోవతీయును. ఆ విషయ మటుండగ, విడివిడిగ నక్షత్రములుగాని, సాముదాయికముగ నక్షత్ర విధానములు గాని, అట్టి అభివృద్ధికి ఇంకను ఎక్కువకాలము పట్టియుండునని భౌతిక ఖగోళశాస్త్రము రీత్యా తోచుచున్నది. ఈ అసంబద్ధమునుండి వెలువడుట ఎటులో, ఏ మార్గమునకూ తెలియబడదు.

అదియందు అంతరాళపరికల్పనము, స్థలమునకు హద్దులు కల్పించెను అది అటుండగ, ఖగోళీయకముగా, అనుభవిత, మూలసిద్ధాంతముతో కలిపి, అంతరాళ విస్తృత సిద్ధాంతము (త్రిమితీయ) అంతరాళముయొక్క నియమిత, అనంత గుణ స్వభావముల గురించి, ఎట్టి తీర్మానమునకు వచ్చుటకును సమ్మతింపదు - అని నేను సూచించ అభిలషింతును.

# అనుబంధము - 5

## సాపేక్షత - స్థల సమస్య 1.

'త్వరణ' అను భావము న్యూటను గతి నియమమున ప్రత్యక్షమయ్యెను కనుక, పదార్థముతోసహా స్వతంత్రతా వాస్తవిషయుక్తమైన అస్తిత్వము ఆరోపింపవలసి వచ్చినది. ఇదియే న్యూటోనియన్ భౌతిక శాస్త్రముయొక్క స్వభావగత గుణము. కాని, స్థలమునకు సంబధించిన త్వరణమాత్రమే ఈ సిద్ధాంతమునందలి 'త్వరణ' సూచింపగలుగును. గతి నియమమున కనవచ్చు త్వరణను, ఏ అర్థమున నయిననూ ఒక పరిమాణముగ భావింపగలుగుటకై, న్యూటనుయొక్క 'స్థలము' నిశ్చలత నున్నదనిగాని, లేదా త్వరణారహిత స్థితిలోగాని ఉన్నటులుగ ఊహింపవలసియుండును. అదేవిధమున, 'త్వరణ' అను భావమున ప్రయుక్తమయిన కాలమునకు కూడా సరిగా అదేనియమము వర్తించును. స్వస్థలమునకుమా, దాని చలనస్థితికినీ, రెండిటి భౌతిక వాస్తవికతను ఆరోపింపవలసియుండుటను, తమ్ము కలవరపెట్టునట్టిదిగ స్వయముగ న్యూటను, తీక్షణ విమర్శకులైన అతని సమకాలీనులును అనుకొనిరి. యాంత్రిక శాస్త్రము

---

1. 1920 సం. ఈ గ్రంథముయొక్క మొట్టమొదట భాషాంతరీకరణ సందర్భమునందు వలెనసే, ఈ నవీనానుబంధముయొక్క అనువాదమును చదివి, అభివృద్ధిః వలయు సూచన లనేకము లొసంగుచూ, ఈ రంగమున అనన్యమైన స్వానుభవలాభమును. నా చిరకాలపు స్నేహితుడగు ఎమిరిటస్ ప్రొఫెసర్ ఎస్. ఆర్. మిలినర్, ఎఫ్. ఆర్. ఎస్. నాకొసగెను. వారికిని. ఈ అనుబంధము చదివి, అనేకములయిన సలహా సంప్రదింపు లొసగిన, లివర్‌పూల్ విశ్వవిద్యాలయములో గణితశాస్త్ర కక్ష్యకుచెందిన ఎ. జి. వాకర్ అధ్యాపకునకును, నేను చాలా కృతజ్ఞడను.

—ఆర్. డబ్ల్యు. ఎల్.

నకు అంతకన్న స్పష్టమైన అర్థము ఎవరైన నారోపింప దలచిననూ, అప్పటిలో అంతకుమించి గత్యంతరము లేకుండెను.

సర్వసామాన్యముగా స్థలమునకునూ, విశిష్టముగా శూన్యస్థలమునకును, భౌతిక వాస్తవికతను అవశ్యమూ, బలవంతముగా ఆరోపింపవలసిన అవసరము కష్టతరమే. అతి ప్రాచీనకాలమునందలి తాత్త్వికులు మాటిమాటికి అట్టి ఊహను అనుమతించలేదు. డెకార్ట్ ఈ దిగువవిధముగ వాదించెను. స్థలము విస్తృతికి సర్వసమానము. కాని, విస్తృతి వస్తువులకు సంబంధించినది. ఈ విధమున వస్తువులులేని స్థలములేదు. అందుచే 'శూన్యస్థలము' అనునది ఉండనేరదు. ఈ వాద బలహీనత ముందు తెల్పబోవుదానిలో నున్నది. 'విస్తృతి' అనుభావమునకు మూలము ఘనపదార్థముల సంయోగ వియోగములతో కూడిన మన అనుభూతులే. కాని, దీనివలన ఈ భావము ఏర్పడుటకు అవకాశ మొదవని సందర్భములలో 'విస్తృతి' భావన న్యాయసమ్మతము కానేరదని తుదినిర్ణయము గావింపరాదు. అనుభవిక ఫలితములు గ్రహించుటకుగాను విస్తృతిభావ విస్తరణము. దాని విలువ అవసరమగుటచే, పరోక్షరూపమున, ఆ భావమును సమర్థింపనగును. విస్తృతి పదార్థములకు మాత్రమే అనుబంధింపబడినది-అను నిర్వచనము అవశ్యమూ, నిరాధార ప్రాయమగును. అయినను డెకార్ట్ భావము, చుట్టు తిరుగుడు మార్గమున, సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమును బలపరుచునని మునుముందు చూతుము. అవసరముయొక్క ఒత్తిడి ఏమియూ లేకుండగనే సూటిగ అనుభవగతమగుటకు శక్తి చాలని 'స్థలము'వంటి వస్తువునకు, వాస్తవికతను ఆరోపింపతగదు. అనుభవమే డెకార్ట్‌ను ఈ ప్రశంసనీయమైన అద్భుతాభిప్రాయమునకు తీసికొని వచ్చినది.[1]

1. 'శమ్-గ్రానో-సావిస్' అను దానినుండి పై వ్యక్తీకరణము గ్రహింపనగును.

మన సహజ భావనపై ఆధారపడి, మన స్తత్వమే స్థలమునకు ఆధారము అనునది నిర్ధారణముకాదు. మనకు అలవాటుపడిన ఆలోచనయే ఆధారమనునది అనుకొనినంత స్పష్టమయినదికాదు. ప్రాచీన క్షేత్రగణిత శాస్త్రజ్ఞులు ఋజురేఖ, బిందువు. ఉపరితలము అను భావనా వస్తువులతో వ్యవహారించిరి. కాని, దరిమిలా, వైశ్లేషిక జ్యామితి యందువలె 'స్థలము' అటువంటి వాస్తవికములతో వ్యవహారించి యుండరు. అయినప్పటికి, స్థలము, అను ఊహ, ఆదిమ కాలీనులయిన కొన్ని అనుభవముల వలన సూచింపబడినది. ఒక పెట్టె నిర్మింపబడిన దనుకొందము. ఆ పెట్టె నిండునటుల అందులో ఏదో ఒకతీరున వస్తువులు అమర్చవచ్చును. ఆ అమరికయందలి 'సాధ్యత' పెట్టె యనబడు ఒక పదార్థ నిర్మితమయిన వస్తువు యొక్క ధర్మము. పెట్టెవలన 'అవృతమగు సలము' అనునది ఒకటి పెట్టెలోకూడా ఈయబడినది. ఇది వేరువేరు పెట్టెలకు వేరువేరు విధముల ఉండును. ఏ సమయమునం దయిననూ, ఏ వస్తువులయిననూ ఆ పెట్టెలో ఉన్నవా లేవా ఆలోచనతో పనిలేకయే అందేదో యొకటి ఉన్నది. ఆ పెట్టెలో వస్తువులు లేనపుడు ఆ పెట్టె స్థలము 'శూన్యముగ' కనబడును. పెట్టెతో కూడియున్నంతవరకే స్థలమును గూర్చిన మన భావన కొనసాగును. అది ఏమయినను, ఆ 'పెట్టె స్థలము' నింపుటకు వస్తువులు విలువచేయుటకు గల అవకాశములు, ఆ పెట్టె గోడల మందముపై ఆధారపడియుండవు. 'స్థలము'నకు తగ్గుదలలేకుండ మందము శూన్యము మగువఱకు తగ్గింపబడగలదా? అటులు, నియమిత మొనరించు ప్రక్రమము స్వభావసిద్ధమగుట స్పష్టము. మఱి. యిక పెట్టెలేకుండ స్వతసిద్ధమైన 'స్థలము' అనునది మన ఆలోచనకు నిలుచును. అయినప్పటికి ఈ భావనకు మూలమును మనము విస్మరించిన అది చాలా అసత్యముగ గోచరించును. పదార్థములపై ఆధారపడకుండా స్థలము స్వతంత్రమనుకొనుట వస్తువుల అపేక్షలేకుండా స్థలము ఉండుట డెకార్టి భావనకు

ప్రతికూలమనుట తేటతెల్లము[1]. (ఇట్లయినను, తన వైశేషిక జ్యామితి యందు ప్రధానమైన భావముగ స్థలమునకు ఆదరప్రవృత్తి కల్పించుటలో అతనిని యీ భావము అడ్డలేకపోయెను.) పాదరసము భారమితియందలి 'శూన్యత'పై వు దృష్టి నాకర్షణము చేయుటతో కార్టిషియనుల వాదము లన్నియును పరాకృతములయినవి. ఈ ప్రాచీన దశయందుకూడ, 'స్థలము' గూర్చిన భావననూ, లేక ఇతర ఆపేక్షలేకుండ వాస్తవికముగ నిలువగలదిగ స్థలమును గురించిన ఆలోచనకు అసంతృప్తికరమైన దేదో అంటుపెట్టుకొని యున్నదనుమాత్రము కాదనరాదు.

స్థలములో (ఉదా : పెట్టె)లో వస్తువులు సద్దు విధములు త్రిమితీయ వగు యూక్లిడియన్ జ్యామితికి సంధించిన విషయము. దాని స్వయం సిద్ధ నిర్మాణము, అనుభవసిద్ధముకాగల పరిస్థితులను సూచించును - అను విషయమును విస్మరింపజేసి మోసగించును.

పై విధముగ స్థలభావము తోచిన, పెట్టెను వస్తువులతో నింపుట అను అనుభవము వెంట ఆ భావము కల్గినదే అయిన, ముఖ్యముగా 'ఆ స్థలము' అవృతము. ఈ పరిమితి అంత ముఖ్యముగ తోపట్టదు. అయిన ప్పటికి, ఒక చిన్న పెట్టెను ఉపయోగించవచ్చును. ఈ విధమున 'స్థలము' అనునది అపరిమితము-అని గోచరితమగును.

త్రిమితీయము, యూక్లిడియన్ స్వభావగతమూ అయిన స్థలము యొక్క స్వభావము, సాపేక్షముగా ప్రాచీనానుభవములకు ఎట్లు కొనిపో వచ్చును అనుదానిని గూర్చి ఇక్కడ నేను చర్చించను. ఇతర అంశ ములు దృష్టినిడుకొని, భౌతికపరమగు ఆలోచనలు అభివృద్ధి నందుటలో, 'స్థలము' గురించిన భావన వహించిన భూమికను మున్ముందు చర్చకు గొందును.

---

1. కలవరము తొలగించుటకయి స్థలముయొక్క వస్తు నిష్ఠత కాదను టకు, కాంట్ చేసిన యత్నము అంత తీవ్రముగా పట్టించుకొన దగినదికాదు. పెట్టె అను దానగల వస్తు నిష్ఠత, ఆ పెట్టెయొక్క 'అంత స్థలము'న పెట్టెలోని స్థలమున ఇమడ్చగల వస్తువులు రెండును వస్తువులే, ప్రత్యక్షములే.

S అను ఒక పెద్ద పెట్టెయొక్క లోపలి స్థలములో, సాపేక్షముగా, నిశ్చలతనున్న ఒక చిన్న పెట్టె S ప్రతిష్ఠిత మయినపుడు S యొక్క లోపలి స్థలము, S యొక్క లోపలిస్థలములో భాగమయి యున్నది. మఱియు, ఆ రెండింటిలోగల ఒకే స్థలము ఆ పెట్టెలలోతలము ప్రతి యొక దానికి చెందును. S కు సంబంధించి, S చలనమున మన్నప్పుడు ఆధారము అంత సులభముకాదు. అప్పుడు సదా ఒకేస్థలమునుఆవరించును కాని, S స్థల భాగములో మార్పుచెందుభాగమును ఆలోచనవైపునకు ప్రతివారు మ్రొగ్గుదురు. అప్పుడు ప్రతియొకదానికి దానియొక్క విశిష్ట స్థలమును హద్దుల మధ్యస్థము కానిదిగా పంచియిచ్చుటయా ఒకదానికి సంబంధించి యొకటిగ ఈ రెండు స్థలములు చలనమున నున్నట్లు అనుకొనుట అవసరమగును.

ఈ క్లిష్టతను మనము గుర్తించుటకు ముందుగా స్థలము ఒక అపరిమితమగు యానముగను, అందులో భౌతిక పదార్థములు ఈదులాడునటులుగను కనబడును. ఒకదానికొకటి సంబంధించి చలనముననున్న అనంత సంఖ్యాకములయిన స్థలములున్నట్లు యిప్పుడిక జ్ఞప్తియందుంచుకొనవలయును. బాహ్యముగ 'ఉనికి'ని, గలిగి, వస్తువులతో సంబంధములేకుండా, స్వతంత్రముగ నుండునది స్థలమను భావనము శాస్త్రీయమగు ఆలోచనకు పూర్వమున్నది. కాని ఒకదానికొకటి సాపేక్షముగ, చలనముననున్న అనంత సంఖ్యాకములయిన స్థలముల ఉనికిని గూర్చిన అభిప్రాయము, ఆనాటిదికాదు. ఈ కడపటిభావము, తార్కికముగ విడువరానిది. కాని శాస్త్రీయమగు ఆలోచనలోకూడ, అది తగినపాత్ర వహించలేదు.

అయిన, మఱి మన తత్వశాస్త్రరీత్యా 'కాల' భావనకు మూలము సంగతి ఏమి? నిర్వివాదముగా, ఈ భావన మనస్సునకు తెచ్చుకొనుట అను వాస్తవిక విషయముతో, ఇంద్రియానుభూతులకును, గత అనుభవభూతుల స్మరణకు తెచ్చుకొనుట భేదీకరణముతోసహా కలిసియున్నది. దానిని గూర్చి ఇంద్రియాను భూతులకు గత అనుభవభూతులను స్మరణకు తెచ్చుకొనుట, మామూలుగ సూచించుట మధ్యభేదీకరణము, మన తత్వ

శాస్త్రరీత్యా మాటగా మనకు ఈయబడనగునదియూ అనునది సందేహాస్పదము. తనకు సాక్షాత్తు ఇంద్రియానుభూతి కలిగినదా ? లేక దానిని గూర్చి కలగనెనా ? అను సందేహము ప్రతివారి అనుభవమునన్నున్న విషయమే. బహుశా, ఈ రెండింట ఇది ఔను, ఇదికాదు – అని విడదీయగల శక్తి మానసిక సృజనక్రమణికయొక్క పనితనము ఫలితముగ ఏర్పడును.

స్మృతి అనుభవముతో కలిసియున్నది. ప్రస్తుతానుభవములతో పోల్చిన, ఆ స్మృతి ముందుగనే ఉండునని ఎంచబడినది. గత అనుభూతుల స్మరణకు ఇది క్రమబద్ధమయిన భావసూత్రముగ నున్నది. తన్నిర్వహణము యొక్క సాధ్యత వ్యక్తిగత కాలభావనకు తావిచ్చును. అనగా, వ్యక్తి యొక్క అనుభవములకు ఒక క్రమణిక సూచించునట్టిదే కాలభావన.

'కాలము' భావన వస్తునిష్ఠితము గావించుటలో మన తాత్పర్యమేమి ? ఒక ఉదాహరణము తీసికొందము. A అనబడు ఒక వ్యక్తి (నేను) 'మెఱుపు మెఱిసినది' అను అనుభవమునందెను సరిగా అదే సమయమునకు B అనువాని నడవడిని 'మెఱుపు మెఱిసినది' అనుదానిని తన అనుభవములోనికి ముడిపెట్టుకొని, B యందుగల ప్రవర్తనకూడా, A అను వ్యక్తి తన అనుభవగతము కావించుకొనును. ఈ విధముగ 'మెఱుపు మెఱిసినది' అను B అనుభవములో భాగస్వామి కాగల్గునంతకు వచ్చును. మెఱుపు మెఱిసినది అను అనుభవమున ఇతర వ్యక్తులుకూడ పాల్గొనుచున్నట్లు A వ్యక్తికి అభిప్రాయ ముదయించును. 'మెఱుపు మెఱిసినది' అనునది ఇక కేవలము వ్యక్తిగతానుభవముగ వివరింపబడదు. అది యితర వ్యక్తుల అనుభవముగకూడ నున్నది. (లేక సర్వుల అనుభవమునకగు బల వత్సంభవము) ఈ విధముగ 'మెఱుపు మెఱియుచున్నది' అను దాని వ్యాఖ్య బయలుదేరును. అది మొట్టమొదట చైతన్యమునందు అనుభవముగ ప్రవేశించి, మఱి ఇప్పుడు ఒక ఘటనగ (వస్తు నిష్ఠితముగ) కూడా అనువదింపబడినది. "వాస్తవిక బాహ్యజగత్తు" అని మనము అనుదాని అర్థము, సరిగా అన్ని సంఘటనలయొక్క ఏకరాశి అని తేలును.

ప్రాపంచిక క్రమానుబద్ధములు మన అనుభవములుగ ఆరోపించు కొను స్వభావము మనలను ప్రోత్సహించుచున్నట్లు గమనించితిమి. దానిని ఈ తెలుపబోవు క్రమమున వ్యక్తము చేయవచ్చును- α కన్న, β వెనుక బడిన, β కన్న γ వెనుకబడిన, α కన్న γ వెనుకబడును (క్రమానుగతానుభవములు) ఈ సందర్భమున అనుభవములతో పోల్చి చూచిన ఘటనలకుగల స్థానమేది? తొలిచూపులోనే ప్రాపంచిక క్రమానుబద్ధ ఘటనతో పాటు ప్రాపంచిక క్రమానుబద్ధానుభవము లుండునని అనుకొనుట స్పష్టముగ గోచరించును. నాస్తిక సందేహములకు మనము లోనుగానంత వఱకును, లోకసామాన్యమున అనుకొనకుండగనే ఇటుల సంభవముగుచుండును.[1] వస్తు నిష్ఠిత జగత్తుయొక్క భావమును కూర్చుకొనుటకు నిర్మాణాత్మకమగు మఱియొక అతిశయభావము ఇంకనూ అవసరమైయున్నది ఒక ఘటన కాలమునందే నిర్దేశితమయియుండలేదు. స్థలమునందును నిర్దిష్టమైయున్నది.

గత పరిచ్ఛేదములయందు, మన తత్వశాస్త్రరీత్యా, స్థల, కాల, ఘటనా, భావములు అనుభవములతో సంబంధము కలుపుట ఎటులో వివరించుటకు యత్నించితిమి. తార్కికముగ ఆలోచించిన, అవి, మానవ విజ్ఞానమున సమకూడిన స్వచ్ఛంద ఉత్పాదనములు (సృజనలు) - ఆలోచనా సాధనములు- ఒక అనుభవముతో మఱియొక అనుభవమునకు సంబంధము కలుపు ప్రయోజనము సాధించునవి. ఈ విధమున, వానిని పరీక్షించుట యుక్తతరమగును. ప్రాతిపదికములైన ఈ భావనలయొక్క అనుభవికోత్పత్తి స్థానముల గుఱించి మనము తెలిసికొనుటకై చేయు పూనికయే. ఈ భావనలకు మనము ఎంతవరకు వాస్తవమున బద్ధులమై

---

1. ఉదాహరణమునకు, ధ్వని పరికరముల సహాయమున సకాలమున పొందబడిన అనుభవముల వరుస, చతురింద్రియముల మూలమున పొందబడిన ప్రాపంచికానుక్రమణికనుండి, అనుభవ పరంపరా కలిత కాలము, ఘటనా పరంపరాకలిత కాలము, మామూలుగా గుర్తింపజాలనంత అత్యంతల్పముగ భేదించవచ్చును.

శాస్త్రవేత్త ఆలోచనను, బాధను ధాతుప్రక్రియకు అందింపజూచును. నిస్సందేహముగా, అదే అభిప్రాయముతో కేవలమూ స్థలశాదృశభావములు మాత్రమే మూలసిద్ధాంతములకు సాధ్యములయినట్లు వాని ఉపయోగమున అన్నిటి సంబంధములు గ్రహింపవెంతుము. అదియే ప్రస్తుత కాలమున భౌతికవాదమునకు అర్థము. (కారణము ముఖ్యమగు భావముగ ద్రవ్యము తన భూమికను కోల్పోయెను.)

ప్రకృతి శాస్త్రమున 'ఆలోచన'యొక్క ప్రధానాభిప్రాయములను ప్లేటోయొక్క వాటి ఉన్నతినుండి క్రిందికి దిగలాగి, వాటియొక్క పార్థివ భౌతిక వంశపారంపర్యమున వెల్లడింప యత్నించ పనియేమి? సమాధానము – వాని నంటియున్న అడ్డంకులకు రూపము కల్పించుటలో ఎక్కువ స్వాతంత్ర్యము సంపాదించుటకును అందలిలో, ఈ విమర్శనాత్మక భావనము ప్రవేశము కల్పించిన, డా. హ్యూమ్, ఇ. మాక్ కి అచిరస్థాయికముగు గౌరవమెల్ల చెందును.

పూర్వ వైజ్ఞానిక విచారమునుండి, స్థలము, కాలము భౌతికవస్తువు (ప్రత్యేకించిన ముఖ్యసందర్భముతో గట్టివస్తువు) భావములను విజ్ఞాన శాస్త్రము గ్రహించెను వానికి మార్పులు కలిగించి. ఇతోధికపూర్ణత (అర్హత) చేకూర్చెను. ప్రధానమైన చెప్పుకోదగిన ప్రజ్ఞ యూక్లిడియన్ జ్యామితి అభివృద్ధి నందించుటయందు ఉండెను. దానియొక్క స్వయంసిద్ధ సూత్రములు వాటియొక్క అనుభవికముల స్థానము విస్మరించునంత గ్రుడ్డివానిగ మనలను చేయనీయరాదు (దృఢపదార్థములు వలచుటయందు గాని, ప్రక్క ప్రక్కల నిలుపుటయందుగాని గల సాధ్యతలు) ముఖ్యముగా త్రిమితీయమగు స్థలస్వభావము, యూక్లిడియన్ గుణస్వభావముతో సహా అనుభవికములే (ఒకే విధముగ కూర్చబడిన ఘనములతో అంతయు నిండింపవచ్చును.)

పూర్ణముగ దృఢమైన పదార్థమేదియు ఉండనేరదు అని కనుగొనుటతో స్థలభావ సున్నితత్వము హెచ్చింపబడెను. వస్తువులన్నియు స్థితి

యుంటిమో నిరూపించును. ఈ విధముగ మన స్వాతంత్ర్యమును మనము గుర్తింతుము అవసరమయినపుడు దానిని తెలివిగ ఉపయోగించుట ఎప్పటికిని కష్టమయిన విషయము.

మనస్తత్వ శాస్త్రరీత్యా, స్థలకాల, ఘటనాభావముల యొక్క ఉత్పత్తిస్థానమునకు సంబంధించిన సంక్షేపవర్ణనకు ముఖ్యమైన మఱియొక అంశము యింకనూ చేర్చవలసియున్నది. (మనస్తత్వ శాస్త్రీయ మండలమునందలి భావములను తేడా తెలియుటకై మిగుల సంక్షేపముగా 'స్థలము - సాదృశములు' అని మనము వ్యవహరింతము) పెట్టెలు, అందులోని భౌతిక వస్తువుల అమరికను వినియోగించి, అనుభవముతో 'స్థలము' భావమును మనము కలిపితిమి. ఈ విధమున భావరచనకు పూర్వమే భౌతికవస్తు భావమును ఊహించును. (ఉదా : పెట్టెలు) ఇదే విధముగా, ఈ సందర్భమున కాలముయొక్క వస్తునిష్ఠిత భావరచనకుగాను ప్రవేశము కల్పించవలసిన మనుజులుకూడా, భౌతిక వస్తువుల స్థానము నాక్రమింతురు. కనుక భౌతిక వస్తుభావ రచన, మన, కాల స్థల భావములకు ముందుగనే జరుగవలయునని నాకు తోచును.

మనస్తత్వ మన్త్ర క్షేత్రమునుండి, బాధ, గమ్యస్థానమూ, ఉద్దేశము మొదలగు భావములతోపాటు ఈ స్థలసాదృశ భావములన్నినూ, ఇంతకు మున్నే విజ్ఞాన శాస్త్రమునకు పూర్వమే యుండినవి. సర్వసాధారణముగ ప్రకృతి శాస్త్రమునందున విచారణముయొక్క గుణవర్తనము వలెనే, భౌతిక శాస్త్రముయొక్క గుణవర్తనమూ ఉన్నది. ఇది కేవలమూ, స్థలసాదృశ్యభావముల సంబంధము లన్నియును సూత్రరూపమునసే యున్నవని వెలువరించుటకు కృషిచేయును. భౌతికశాస్త్రవేత్త వర్ణస్వరములు కంపనములలోనికి పరివర్తన మందింపచూచును. మానసిక సంపర్కము లవలేశము ప్రపంచముయొక్క ఉనికి లేకుండాచేసి కారణసంబంధము స్వతంత్రతపు గొలుసుగ ఎక్కడ తటస్థింపనిరీతిని, శారీరిక

శాస్త్రవేత్త ఆలోచనను, బాధను ధాతుప్రక్రియకు అందింపజూచును. నిస్సందేహముగా, అదే అభిప్రాయముతో కేవలమూ స్థలశాద్బశభావములు మాత్రమే మూలసిద్ధాంతములకు సాధ్యములయినట్లు వావి ఉపయోగమున అన్నిటి సంబంధములు గ్రహింపనెంతుము. అదియే ప్రస్తుత కాలమున భౌతికవాదమునకు అర్థము. (కారణము ముఖ్యమగు భావముగ ద్రవ్యము తన భూమికను కోల్పోయెను.)

ప్రకృతి శాస్త్రమున 'ఆలోచన'యొక్క ప్రధానాభిప్రాయములను ప్లేటోయొక్క వాటి ఉన్నతినుండి క్రిందికి దిగలాగి, వాటియొక్క పార్థివ భౌతిక వంశపారంపర్యమున వెల్లడింప యత్నించ పనియేమి ? సమాధానము - వాని నంటియున్న అడ్డంకులకు రూపము కల్పించుటలో ఎక్కువ స్వాతంత్ర్యము సంపాదించుటకును అందఱిలో, ఈ విమర్శనాత్మక భావనము ప్రవేశము కల్పించిన, డా. హ్యూమ్, ఇ. మాక్ కి అచిరస్థాయికమగు గౌరవమెల్ల చెందును.

పూర్వ వైజ్ఞానిక విచారమునుండి, స్థలము, కాలము భౌతికవస్తువు (ప్రత్యేకించిన ముఖ్యసందర్భముతో గట్టివస్తువు) భావములను విజ్ఞాన శాస్త్రము గ్రహించెను వానికి మార్పులు కలిగించి, ఇతోధికపూర్ణత (అర్హత) చేకూర్చెను. ప్రధానమైన చెప్పుకోదగిన ప్రజ్ఞ యూక్లిడియన్ జ్ఞామితి అభివృద్ధి నందించుటయందు ఉండెను. దానియొక్క స్వయంసిద్ధ సూత్రములు వాటియొక్క అనుభవికముల స్థానము విస్మరించునంత గ్రుడ్డివారినిగ మనలను చేయనీయరాదు (దృఢపదార్థములు వఱచుటయందు గాని, ప్రక్క ప్రక్కల నిలుపుటయందుగాని గల సాధ్యతలు) ముఖ్యముగా త్రిమితీయమిగు స్థలస్వభావము, యూక్లిడియన్ గుణస్వభావముతో సహా అనుభవికములే (ఒకే విధముగ కూర్చబడిన ఘనములతో అంతయు నింపింపవచ్చును.)

పూర్ణముగ దృఢమైన పదార్థమేదియు ఉండనేరదు అని కనుగొనుటతో స్థలభావ సున్నితత్వము హెచ్చింపబడెను. వస్తువులన్నియు స్థితి

స్థావకతవలన వికృతిని, ఉష్ణోగ్రత మార్పులచే వ్యాకోచము ఘనపరిమాణముకూడ మారును. యూక్లిడియన్ జ్యామితిని వివరింపబడిన సాధ్యమగు అనుగుణ్యతలుగల నిర్మాణములు భౌతికశాస్త్రీయ భావములతో సంబంధములేకుండా వివరించబడనేరవు. జ్యామితి భావములు స్థాపించుటలో భౌతిక శాస్త్రము జ్యామితిని ఉపయోగించవలసి యుండును. కనుక భౌతికశాస్త్రము నంతకునూ సంబంధించియే జ్యామితియందలి ఆనుభవిక విషయములు శోధింపబడును. ఉప పరమాణువునకయిన స్థలముల విస్తృతి కొలువనేరము కనుక పరమాణువుని యాతముగ విభజ్యము అను భావము పరమాణ్వాకి ఈ సందర్భమున మనస్సునం దుంచుకొనవలయును. ఘన పదార్థములయొక్క ఉపరితలములు స్థిరములు, ఆవృతములు నిర్వివాదముగా నిర్వచింపబడునవి అనుభావము సూత్ర దృష్ట్యా (ముఖ్యముగా) పరమాణ్వాకి మనలను నిర్బధించును. ఖండితముగ చెప్పవలసి వచ్చినయెడల, ఒకదాని నొకటి తగులొ్కనియుండు గట్టి పదార్థములకు సాధ్యమైన ఆకారములకుగాను బృహన్మండల మందయిన (బ్రహ్మాండమునందైనను) కచ్చితమైన సూత్రములు లేవు.

ఇటులయినను స్థలభావము విసర్జింప నెవరును అనుకొనరు. ఏమనిన, మిక్కిలి సంతృప్తికరము, పూర్ణము అగు ప్రకృతి శాస్త్రక్రమమున అది విడువరానిదిగ తోచును. 'స్థల' భావమును విడనాడుట గురించి, 19వ శతాబ్దములో మాక్ అను నతడొకడే తీవ్రముగా ఆలోచించెను. ఆ సందర్భములో అతడు అన్ని భౌతిక బిందువుల మధ్యగల యుగపత్ దూరము అంతయు ఒకరాశి అను భావమును స్థలభావస్థానే నెలకొల్ప చూచెను. జడత్వమునుగూర్చి తృప్తికరముగ తెలియుటకై అతడు ప్రయత్నము చేసెను.

క్షేత్రము :

న్యూటోనియన్ యాంత్రిక శాస్త్రమున స్థలమూ, కాలమూ, ద్విపాత్రలుగా నటించును. మొదట, అవి భౌతిక శాస్త్రమున జరుగు

వానికి వాహకములు లేక, చిత్రములుగను పాత్రను నటించును. వానిని సూచ్యములుగ గొని, స్థల–కాల నిర్దేశాంకములవలన ఘటనలు వివరింపబడును. ముఖ్యార్థమున, ద్రవ్యము పదార్థబిందువులతో ఏర్పడియున్నట్లు తలపబడినది. ఆ పదార్థ బిందువుల చలనమువలన భౌతిక సంభవములు ఏర్పడును. పదార్థము ఒకజే పోతను పోసినట్లు ఏకాండముగ నూహింపబడినది. కొన్ని సందర్భములందు, అనగా, వేరుపడిన నిర్మాణముగ వర్ణించుటకు ఇష్టములేని పట్టునలేక వర్ణింపలేని పట్టున అట్లు ఊహించుట తాత్కాలికముగ జరుగును. ఈ సందర్భమున పదార్థముయొక్క చిన్న భాగములు (ఘనముయొక్క మూల ప్రమాణములు) పదార్థ బిందువులుగ కనీసము సంభవములతోగాక, కేవలము చలనములతోడనే మనకు సంబంధము కలిగినంతవరకును అట్లు పరిగణింపబడును. ఆ సమయములందు వాటిని చలనములకు ఆరోపించుట సాధ్యముకాదు. ప్రయోజనమునకును వాటితో పని పట్టదు. (ఉదాహరణము : ఉష్ణోగ్రతయందలి మార్పులు, రసాయనికపు మార్పులు) స్థల–కాలములు రెండవపాత్ర జడత్వ విధానమున నుండుట. ఊహింప గలిగినన్ని మాచిత విధానములం దన్నిటను జడత్వ విధానములు లాభదాయకముగ ఎంచబడినవి. అందు, వాటికి సంబంధించి, జడత్వసూత్రమూ ప్రామాణ్యస్థానము గొనును.

ఇందులో 'భౌతిక వాస్తవికత' ప్రధానమైన విషయము అనుభూతము గావించుకొను వ్యక్తుల నపేక్షింపక భౌతిక వాస్తవికత స్వతంత్రముగ నిలుచును. ఆ ఊహ కనీసము సూత్రమునందయిననూ స్థలకాలములు ఒక వైపుననూ, ఆ స్థలకాలములకు సంబంధించి. చలించు స్థిరస్థితి నున్న పదార్థ బిందువు లొకవైపుననూ కలిసియున్నట్లు ఊహింపబడినది. స్థలకాలములు స్వతంత్ర స్థితిగలవను భావముయొక్క ఉనికినిగూర్చి అభిప్రాయము నిష్కర్షగా ఇటుల వివరించనగును : పదార్థము లేకపోయిననూ, స్థలకాలములు మాత్రము శేషించియుండును. (భౌతిక సంభవమునకు ఒక రంగముగ) ఈ లక్షితస్థానమును అతిక్రమించును. అభ్యు

దయ వికాసము ఫలితముగ తటస్థించినది. ప్రథమతః అది స్థలకాల సమస్యతో నిమిత్తములేకుండా పొడచూపినది. అదియే క్షేత్రభావము యొక్క ఆవిర్భావము. ముఖ్యముగా, కణభావము స్థానే ఈ క్షేత్రభావము నిలచినది. పదార్థబిందువు సాంప్రదాయిక భౌతికశాస్త్రమున చట్రములో, పదార్థము ఒక ఏకాండముగా చూడబడు సందర్భములందున, క్షేత్రభావము ఒక ఉపభావముగ వెలసినది. ఉదాహరణమునకు ఒక ఘన ప ర్థమున ఉష్ణవాహకత్వము ఎంచిన, ప్రతి నిర్ణీత కాలమునకునూ, వస్తువుయొక్క ప్రతి బిందువుయొద్ద ఉష్ణోగ్రత ఉండుట వర్ణింపబడినది. గణితశాస్త్రరీత్యా దీని అర్థము T ఉష్ణోగ్రత స్థల నిర్దేశాంకముల యొక్కయూ $t$ కాలము (ఉష్ణోగ్రతా క్షేత్రము) యొక్కయూ, గణిత శాస్త్రీయ వ్యక్తీకరణముగ (ఉత్పన్న ఫలముగ) సూచింపబడినది. ఉష్ణ వాహకత్వ నియమము, ఉష్ణవాహకత్వ విశిష్ట సందర్భములన్నియును కూర్చుకొనిన ఒక స్థానిక సంబంధము (అవకలన సమీకరణము)గా సూచింపబడినది. క్షేత్రమునకు, ఇక్కడ ఉష్ణోగ్రత ఒక సామాన్య ఉదాహరణము. నిర్దేశాంకములకు, కాలమునకు సంబంధించిన రాశి యిది (లేదా రాశుల సమూహము) ఒక ద్రవముయొక్క చలనవర్ణన మఱియొక ఉదాహరణము. ప్రతియొక బిందువువద్ద, ఏ సమయమునందైన, ఒక సరళ వేగముండును. అది ఒక నిర్దేశాంక విధాన అక్షములకు సంబంధించి మూడు అక్షములుగ (సదిశలుగ) పరిమాణాత్మకముగ వర్ణింపబడినది. ఒక బిందువువద్ద సరళవేగముయొక్క అంగములు (క్షేత్ర అంగములు) ఇక్కడనూ, ఉత్పన్న ఫలములు $(x, y, z)$ కాలము $t$ యూ అయి యున్నవి. ఉదాహృతములగు క్షేత్రములు సూచనగు ద్రవ్యరాశిని తటస్థించుట. ఆ క్షేత్రముల ధర్మమైయున్నది. అవి పదార్థముయొక్క స్థితి వర్ణనకు మాత్రమే ప్రయోజనకరములు. క్షేత్ర భావముయొక్క చారిత్రాత్మ కాభివృద్ధి ననుసరించి, పదార్థము లభింపనిచో, క్షేత్రముకూడా ఉండజాలదు. కాని, స్థితి స్థాపకత ధర్మముగల ఘనపదార్థమున యాంత్రిక కంప

నక్షేత్రమునకు పూర్తిసాదృశ్యమున కాంతి తరంగక్షేత్రముగ పరిగణింప బడునపుడు. ఆశ్చర్యకరమగునంత విస్పష్టముగ వ్యతికరణ దృగ్గోచర విష యమును కా తిగతి వివరించి చెప్పనగును-అని 19 వ శతాబ్దము ప్రథమ పాదమున నిరూపింపబడెను. ఈ విధమున తూకముగల పదార్థము లేకు న్ననూ, శూన్యస్థలమున కూడా ఉండగల ఒక క్షేత్రమును ప్రవేశపెట్టుట అవసరమనిపించెను.

ఈ స్థితిగతులు ఒక విరుద్ధపరిస్థితిని కల్పించెను. ఎందువల ననగా క్షేత్రభావము మూలసిద్ధాంతానుసారము, తూకముగల వస్తువుయొక్క అంతర్భాగములోని స్థితులను వర్ణించుటకు మాత్రమే పరిమితమయినట్లు కన్పట్టును. యాంత్రికానువాదమునకు చాలిన స్థితిగా, ప్రతిక్షేత్రము పరిగణింపబడవలయు ననుటలో ముందుగనే పదార్థముయొక్క ఉనికి ఊహింపబడినది. ఈ నమ్మకము రూఢిగ ఉండుటచే ఈ క్షేత్రవిషయము నిశ్చయాతిశయము కలదిగ కనబడును. ఈ విధమున, ఇంతవఱకునూ శూన్యము పరిగణింపబడిన స్థలముతో కలసి ఈథర్ అను పేరిట ఒక పదార్థ స్వరూపము ఎల్లెడల ఉన్నట్లు తప్పనిసరిగ ఊహించవలసి వచ్చినది. ఊహించబడిన యాంత్రిక వాహకముతోడి కూటమునుండి క్షేత్రభావము యొక్క విడుదల భౌతిక విచారణాభివృద్ధియందు, మన తత్వ శాస్త్రీయ కుతూహలకరములగు ఘటనలో ముఖ్యతమ స్థానమును బడసినది - ఫేరడే, మేక్సువెల్ పరిశోధనలకు సంబంధించి, అది 19వ శతాబ్దపు ఉత్తరార్థము నందు క్షేత్ర పదములలో విద్యుదయస్కాంత ప్రక్రమము వర్ణన పదార్థ బిందువుల యాంత్రిక భావముల ఆధారమున సాగించిన ప్రస్తావన రీతి న్న విరివిగా చాల ఉన్నతమయినదై యయ్యెను - అను నిర్వచనముతో అది అంతకంతకు స్పష్టతరమయ్యెను. మాక్సువెల్, విద్యుద్గతి శాస్త్రమున క్షేత్రభావము ప్రవేశపెట్టెను. అందు విద్యుదయస్కాంత తరంగములూ, కాంతి తరంగములు ఉనికి, కాంతి కిరణములతో వాని అభిన్నత అవశ్యము సందేహింపరాదని, ముందు సూచనలో ప్రాయకమున తేజశ్శాస్త్రము,

విద్యుద్గతిశాస్త్రిముచే అంతర్లీనము గావించుకొనబడెను. ఈ గొప్ప విజయము సాధించిన మనస్తత్వ ఫలితము, సాంప్రదాయక భౌతికశాస్త్రి యాంత్రిక చట్రమునకు విరుద్ధముగ 'క్షేత్రభావము' అధికతర స్వతంత్రను సాధించెను.

అయినప్పటికినీ, విద్యుదయస్కాంత క్షేత్రములు ఈథర్ యొక్క స్థితులుగ అనువదింపబడవలయునని మొట్టమొదట అంగీకృతముగ పరిగ్రహించినది అదియే. మఱియు, అది ఈ స్థితులు యాంత్రికములకు చెందినవని విపులీకరించుటకు మిక్కిలి పట్టుదలతో అన్వేషణములు సాగించెను. కాని, ఈ ప్రయత్నములు సదా నిష్ఫలములయి పోవుచుండుటచే, (క్రమేణా శాస్త్రము యాంత్రికాను వాదమువంటి అభిప్రాయములు విడిచివేయుటకే అలవాటుపడ జొచ్చిరి. అయినప్పటికిన్నీ, విద్యుదయస్కాంత క్షేత్రములు ఈథర్ యొక్క స్థితులు అయియుండవలెనను దృఢ విశ్వాసమింకనూ, అటులే నిలబడిపోయెను. శతాబ్దము మారునప్పటి పరిస్థితి యిది.

ఈథర్ సిద్ధాంతము తనతోపాటుగ ప్రశ్నను కూడ తెచ్చెను. తూకముగల వస్తువులకు సంబంధించిన యాంత్రిక దృక్పథమున ఈథర్ ఎట్లు ప్రవర్తించును? వస్తువు గతియందు అది పాల్గొనునా? లేక దాని భాగములు ఒకదాని కొకటి నిశ్చలతను అటులే యుండునా? ఈ ప్రశ్నకు సమాధానము నిర్ణయించుటకై యుక్తి సహమయిన ప్రయోగము లెన్నియో జరుపబడెను. ఈ సందర్భమున ఈ దిగువ ముఖ్యవిషయములు ఉదహరింపనగును: సాంవత్సరిక భూచలనము పర్యవసానముగా స్థిర నక్షత్రములనుండి మనలను చేరుచున్న కాంతి తెలియబడిన తరచుదనములమీద, స్థిర నక్షత్రముల సాపేక్ష చలనప్రభావము మైకెల్సన్-మార్లీ ప్రయోగమువినా, తక్కిన యథార్థ విషయముల ప్రయోగ ఫలితములు హెచ్. ఎ లారెన్ట్జ్ వలన విపులీకరించి చెప్పబడినవి. అతడు తూకముగల వస్తువుల చలనములలో, ఈథర్ పాల్గొనదు, ఈథర్ యొక్క-

భాగములు పరస్పరము ఒకదానికి సంబంధించి ఒకటికి సాపేక్ష చలనములు కలిగియుండలేదు-అని అనుకొనుటతో ఈ విధముగ ఉన్నట్లు చూచిన. ఈథర్ కేవలము నిశ్చలతనున్న స్థలముయొక్క స్థూలాకృతిగా కనబడెను. కాని. లారెన్‌ట్‌జ్ పరిశోధన అంతకుమించియే సాధించెను. విద్యుత్ క్షేత్రముమీద తూచనగు పదార్థముయొక్క ప్రభావమును అనుకొనుట వలన, ఆనాటికి తెలిసిన తూకముగల వస్తువులలో విద్యుదయస్కాంత ప్రక్రమములు అన్నియు అతడు ... వఱచెను. మఱియు కణముల యొక్క గతిని పంచుకొనునట్టి వి దావేశ కణములను పదార్థము యొక్క అంగభూతము కణము మోసికొనిపోవును - అని పదార్థము విష యమును విశదపఱిచెను. మైకేల్‌సన్, మార్లే ప్రయోగమునకు సంబం ధించి, ఈ నిశ్చలతనున్న ఈథర్ సిద్ధాంతము తన సిద్ధాంతమును కనీసము ఖండింపలేదని హెచ్. ఎ. లారెన్‌ట్‌జ్ చూపెను.

రమణీయములైన ఈ విజయములన్ని పొందినప్పటికిన్ని, ఇంకనూ. ఈ దిగువ కారణములవలన సిద్ధాంతస్థితి పూర్తిగా తృప్తికరముగ లేదు. స్వాభావిక నియమములను సూత్రీకరించుటకు జడత్వ విధానముయొక్క. జడత్వ స్థలముయొక్క తుల్యతను సాంప్రదాయిక యాంత్రికశాస్త్రము చాలా సన్నిహితముక సరిపెట్టుననునది సందేహింప నక్కరలేదు. అనగా, ఒక జడతా విధానమునుండి, ఇంకొక జడతా విధానమునకు మారునపుడు స్వాభావిక సూత్రములు విభిన్నత అచలము విద్యుదయస్కాంత ప్రయో గములు, తేజశ్శాస్త్రి ప్రయోగములూ, అదే విషయమును కచ్చితముగా నిరూపించెను. కాని, విద్యుదయస్కాంత సిద్ధాంతముయొక్క పునాది ఒకానొక జడత్వ విధానమునకు, అనగా కాంతి వెలువరించు ఈథరు నిశ్చ లత నున్నదను ప్రాముఖ్యత నీయవలయునని బోధించెను. ఈ సైద్ధాంతిక మూలతత్వముయొక్క దృక్పథముకూడా అసంతృప్తికరముగనే ఉండెను. సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమునందువలెనే జడత్వ విధానములకు (విశిష్ట సాపేక్షమూలతత్వము) తుల్యత నిలబెట్టగలుగు సవరణ ఏమియూ

లేదా ? ఈ ప్రశ్నకు సమాధాన మీయగలుగునది విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము. అది మాక్సువెల్, లారెన్ట్జ్ సిద్ధాంతమునుండి శూన్యస్థలమున కాంతి సరళవేగ స్థిరత్వమును ఊహించుటను గ్రహించెను జడత్వ విధానముల, తుల్యతతో దీనికి (విశిష్ట సాపేక్షతా మూలసిద్ధాంతము) పొందిక గొనితెచ్చుటకై యుగపత్కాలిక స్వభావము అను భావమును విడువవలెను. దానికితోడు కాలస్థల నిర్దేశాంకములకు లారెన్ట్జ్ రూపాంతరములు. ఒక జడత్వ విధానమునుండి మరియొక విధానమునకు మార్చుటకయి, వెన్నంటివచ్చును. విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క యావద్విషయమూ ఆ గృహీతమునందు చేర్చబడియున్నది. ప్రాకృతిక నియమములు, లారెన్ట్జ్ రూపాంతరణములకు సంబంధించి అచలముగ నున్నవి. ఒక నిర్ణీత విధమున సాధ్యమగు ప్రాకృతిక నియమములను నియమిత మొనరించునను యథార్థ విషయమున (సంభవము) దీని ప్రాముఖ్యత యున్నది.

స్థల సమస్యకు సంబంధించి, విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క స్థాన మేమి ? ఈ సిద్ధాంతమువలన, మొట్టమొదటిసారిగా చతుర్మితీయ వాస్తవికత కొత్తగా ప్రవేశపెట్టబడినదను అభిప్రాయము జొరరాకుండా మున్ముందుగా జాగ్రత్తపడవలయును. సాంప్రదాయిక భౌతిక శాస్త్రిమునగూడ ఒక ఘటన, మూడు స్థలనిర్దేశాంకములు, ఒక కాలనిర్దేశాంకము వెరశి, నాలుగు సంఖ్యలచే నిర్దేశితము గావింపబడుచున్నది. భౌతిక ఘటనల రాశిమొత్తను చతుర్మితీయములయి, అవిరామములయిన బహు సంఖ్యానీకమున పొందుగబడినవిగ ఊహింపబడినది. కాని, సాంప్రదాయిక యంత్రిక శాస్త్రిమున చతుర్మితీయమయిన ఏకాండము బాహ్యముగ ఏకమితీయమగుకాలము త్రిమితీయములయిన స్థల భాగములుగ తెగిపోవును. ఇందు కడపటిదిమాత్రము యుగపత్కాలిక ఘటనలు కలిగియుండును. ఈ తీర్మానము, జడత్వ విధానము లన్నిటికి ఒకటియే అయియున్నది. ఒక జడత్వ విధానమునకు సూచకముగ రెండు నిర్ణీత ఘటనల 'యుగపత్

కాలికము', జడత్వ విధానముల కన్నిటికి సూచకముగ. ఘటనా యుగ పత్కాలికముతో పెనవైచుకొనియున్నది. సాంప్రదాయిక యాంత్రిక కాలము నిరపేక్షమైయున్నది. అని దాని తాత్పర్యము. విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతానుసారము అది వేఱొకవిధమున నున్నది. ఒకానొక జడత్వ విధానమునకు సంబంధించి ఎన్నుకొనిన ఒక ఘటనతో యుగపత్కాలము లయిన ఘటనరాశి మొత్తము నిలిచియుండును. అది వాస్తవమే కాని జడత్వ విధానముయొక్క ఎన్నికకు సంబంధించి మఱి యిక నిలువనేరదు. చతుర్మితీయమగు ఏకాండము భాగములన్నియు, యుగ పత్కాలిక ఘటనలు కలిగియుండునట్లు భాగములులోనికి, బాహ్యముగా చతుర్మితీయమగు ఏకాండము భాగించవలనుపడును. స్థలాత్మకముగ విస్తృతినంది ప్రపంచమున 'ఇప్పుడు' అను దాన వస్తునిష్ఠతార్థమును కోల్పోవును. అందుకు కారణము యిది. అనవసరము, అహేతుకములగు లోక సాంప్రదాయికములులేకుండా, వస్తు నిష్ఠతసంబంధముయొక్క ఉద్దేశము వ్యక్తీకరింప వాంఛించినయెడల స్థలము, కాలము బాహ్యముగ విభజింపబడరాని చతుర్మితీయమగు ఏకాండముగ పరిగణింపబడవలయును.

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము జడత్వ విధానము అన్నిటియొక్క భౌతిక తుల్యతను బహిరంగపరిచినది కనుక ఈథర్ యొక్క విశ్ఛలతా పరికల్పనము సమంజసము కాదనుటను ఋజువు చేసెను. అందువలన, విద్యుదయస్కాంత క్షేత్రము పదార్థ వాహకముయొక్క స్థితిగా పరిగణింప బడవలయునను అభిప్రాయము విడనాడుట అవసరమయ్యెను. ఈ విధమున క్షేత్రము భౌతిక వివరణమున, అంతకన్న యింక తగ్గించరానిదిగ నగును. 'తగ్గింపరాని' అనుటలో న్యూటను సిద్ధాంతములో పదార్థము భావనతో సరిసమానమైన భావమని ఉద్దేశము.

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతమువలన స్థలము, కాలముగూర్చిన భావములు ఏయే విషయములలో మార్పులు చెందినవో కనుగొనుటకు ఇంత

వరకునూ మన దృష్టిని సారించితిమి. ఇక ఇప్పుడు సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రమునుండి, ఈ సిద్ధాంతము స్వీకరించినట్టి మూలకమ్ముల మీదికి మన లక్ష్యమును కేంద్రీకరింతము. ఇందుననుకూడా, స్థలకాల వివరణమునకు మూలాధారముగ ఒక జడత్వవిధానమును గ్రహించినపుడే ప్రాకృత నియమములు సమంజసములగును. క్షేత్ర సూత్రములుకూడ జడత్వ విధానములకు సంబంధించిమాత్రమే అర్థము వాస్తవికత కలిగి యుండగలవు. సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రిములోవలె భౌతిక వాస్త వికత యొక్క వివరణములో కూడా స్థలము స్వతంత్రభాగముగ నున్నది. పదార్థము క్షేత్రము తొలగింపబడినటులు మన మూహించినయెడల జడత్వ స్థలము, లేక ఇంకనూ కచ్చితముగ కాలముతో సంబంధించిన ఈ స్థలము శేషించును. (మిన్ కౌస్కి స్థలము) చతుర్మితీయ నిర్మాణము (నిర్మితి) పదార్థముయొక్కయు వాహకముగా తలంచబడినది. జడత్వ స్థలములు, వానికి సంబంధించిన కాలములు, రేఖాత్మకములగు లారెన్ట్జ్ రూపాంతరణములవలన అనుబంధింపబడిన, అధికృత చతుర్మితీయ నిర్దేశాంక విధానములుగ మాత్రమే అయి ఉన్నవి. ఈ చతుర్మితీయ నిర్మాణములో బాహ్యముగా 'ఇప్పుడు' అని సూచింపబడునట్టి భాగముతేమియు ఉండ నేరవు. కనుక జరుగుట, అగుట అను భావములు నిజమునకు పూర్తిగా నిలుపుదల చేయబడలేదు. కాని యింకనూ క్లిష్టములైనవి కనుక, భౌతిక, వాస్తవికత అనిన, యింతవరకు అనుకొనినటులు త్రిమితీయ అస్తిత్వము యొక్క పరిణామము అనికాక చతుర్మితీయ అస్తిత్వము అని తలచుట స్వాభావికముగ కనబడును.

విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క దృఢమైన చతుర్మితీయ స్థలము కొంతవరకు హెచ్. ఎ. లారెన్ట్జ్ యొక్క త్రిమితీయమైన ఈథర్ సిద్ధాంతముయొక్క చతుర్మితీయ సాదృశమే ఈ సిద్ధాంతమునకు కూడా ఈ దిగువ ప్రవచనము సమంజసమగును. భౌతిక స్థితి వివరణము ఆరంభమునం దీయబడి, స్వతంత్రముగ నుండునట్టి స్థలముగా అంగీకరించు

చున్నది. ఈ విధముగా 'శూన్యస్థలము' యొక్క స్వతంత్రత లేక నిశ్చయమగు ఆరంభ అస్తిత్వముకు సంబంధించిన. డెకార్టి యొక్క చిక్కును తొలగించలేదు. ఈ సందర్భమున, ఈయబడిన ప్రాథమిక విమర్శయొక్క వాస్తవికలక్ష్యము సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము మూలమున ఈ సందేహములు ఎంతవఱకు అతిక్రమించబడినవో చూపుటయే.

## సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతమున 'స్థలము'ను గూర్చిన భావన

జడత్వ ద్రవ్యముయొక్క, గురుత్వ ద్రవ్యముయొక్క తుల్యత అవగాహనము చేసికొను ప్రయత్నమునుండి ఈ సిద్ధాంతము మొట్టమొదట ఉదయించినది. భౌతిక దృక్పథమునుండి, శూన్యమయిన స్థలముయొక్క $S_1$ అనబడు జడత్వ విధానమునుండి మనము బయలుదేరుదుము. అనగా, ఆలోచితమైన స్థలభాగములో పదార్థము (మామూలు భావమున) గాని, క్షేత్రము (విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతార్థమున) గాని యుండదు. $S_1$ నకు సూచితమయిన సమత్వరణలోనున్న $S_2$ అను రెండవ సూచిత విధానము ఉన్నదనుకొందము. $S_2$ అప్పుడు జడత్వవిధానము కానేరదు. $S_2$ సంబంధించి, పరీక్షార్థమునకయిన ప్రతి ద్రవ్యరాశియు స్వగత, భౌతిక, రసాయనిక స్వభావములకు స్వతంత్రముగనున్న త్వరణతో నడచును కనుక, $S_2$ కు సాపేక్షముగా ఒక గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమునుండి కనీసము మొదటి అంచనాకయినను గుర్తించరాని ఒక స్థితిని ఉండును. ఈ దిగువ భావము పరిశీలింపనగు సంభవములతో ఈ విధముగా పొందు కలిగి యుండును: $S_2$ కూడా ఒక జడత్వ విధానమునకు తుల్యమైనది. కాని $S_2$ కు సంబంధించి. (సజాతీయమైన) ఒక గురుత్వాకర్షణక్షేత్రము ఉన్నది. (ఈ సందర్భమున, దీని మూలస్థానముగూర్చి, అంతగా మన మాలోచించ పనిలేదు) గురుత్వాకర్షణక్షేత్రమును మన ఆలోచనా పరంపరలో చేర్చినపుడు, సూచిత విధానములగతి ఎట్టిదయిననూ. ఏ సాపేక్షగతివఱకైననూ 'తుల్య మూలసిద్ధాంతము' పొడిగించవచ్చును - అని ఊహించుటలో

వస్తు నిష్ఠతలోని అర్థభావములు వీడిపోవును. ఈ ప్రముఖాభిప్రాయముల మీద సంగతము, సముచితము అయిన సిద్ధాంతమును, ఆధారపడునట్లు చేయుట సాధ్యమైనయెడల అనుభవమున బలీయముగ ధృవపఱుపగల జడత్వ ద్రవ్యరాశియొక్క గురుత్వాకర్షణ ద్రవ్యరాశియొక్క తుల్యతా సంభవమును దానికదియే ఋజువు కాగలదు.

చతుర్మితీయముగా ఆలోచించిన, చతుర్మితీయ నిర్దేశాంకముల యొక్క నైకఘాత రూపాంతరణము $S_1$ నుండి $S_2$ మార్చుటకు అనురూపముగ నుండును. ఇప్పు డీ ప్రశ్న ఉత్పన్నమగును. ఎటువంటి నైకఘాత రూపాంతరణములు అనుమతింపబడ వలయును? లేక లారెన్ట్జ్ రూపాంతరణము సార్వత్రికముగ వర్తింపజేయుట ఎట్లు? ఈ ప్రశ్నకు సమాధానము వలసిన, ఈ దిగువ పరిశీలన అనివార్యము.

మున్ముందుగ సిద్ధాంతమున జడత్వ విధానమునకు ఈ ధర్మమును ఆరోపింతుము. స్తబ్ధతనున్న దృఢమైన కొలతకడ్డీలతో నిర్దేశాంక గత భేదమును నిశ్చలతనున్న గడియారములతో, కాలగత భేదములును కొలువబడును. మొదట అనుకొనినదానికి రెండవది అనుబంధముగ చేర్చబడినది. అనగా నిశ్చలతనున్న కొలత కడ్డీలను సాపేక్షముగా పఱచుటకు అనుసంధించుటకు, యూక్లిడ్ జ్యామితిలోని పొడవులకు సంబంధించిన సిద్ధాంతములు సరిపడును. విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క ఫలితములనుండి, $S_1$ జడత్వ విధానములకు సాపేక్షముగ త్వరణగల $S_2$ సూచిత విధానములకు సూటియైన నిర్దేశాంకాత్మక, భౌతికీయ గూఢార్థము సమసిపోయెను. కాని, సందర్భ మిదియేయైన సన్నిహితత్వము యొక్క క్రమమును, అంతస్తును నిర్దేశాంకనులు యిప్పుడు వెలిబుచ్చును. కనుక స్థలముయొక్క ప్రమాణాంతరమును కూడా వెల్లడించును. కాని, కొలతకు సంబంధించిన ధర్మములు వీనినికూడ వెలువరింపవు. ఈ విధముగా[1] స్వేచ్ఛాగతిని ఏకసరణిని సాగిపోవు రూపాంతరములకు, ఈ

(1) బహుళ, ఇట, ఇంతమాత్రమున వివరణము చాలును.

రూపాంతరణములను విస్తరింపజేయునంతకు మనలను తీసికొనివచ్చినవి. నిర్దేశాంకముల స్వేచ్ఛానుగతి కావిచ్ఛిన్న రూపాంతరణములకు సంబంధించి ప్రాకృతిక నియమములు సహచరములై యుండవలయును. ఈ అవశ్యకత (సూత్రములయొక్క సాధ్యమైనంత అత్యంత సరళత్వముతో కూడి) సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క విశిష సూత్రముకన్న సాటిలేని బలాతిశయముగ, మన అలోచనలోనున్న లేక పై ప్రాకృతిక నియమములకు హద్దులు కల్పించును.

ఈ ఊహాపరంపరలు స్వతంత్ర భావముగా క్షేత్రమున తప్పనిసరిగా ఆధారపడియుండును. ఏలనన, క్షేత్రము ఉత్పాదనముచేయు ద్రవ్యరాశులయొక్క అస్తిత్వమును ప్రశ్నలేకుండ, $S_2$ కు సంబంధించి వ్యాప్తినున్న నియమములకు గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రముగ అనువర్తింపబడినది. ఈ ఊహాపరంపరలవలననే సామాన్య క్షేత్రములకగు సూత్రములకంటెను ఎక్కువ సూటిగ, సార్వత్రిక సాపేక్షతా గురుత్వాకర్షణక్షేత్ర సూత్రములు ఏల సంబంధించియున్నవో గ్రాహ్యము కాగలదు. (ఉదాహరణమునకు: విద్యుదయస్కాంత క్షేత్రము ఉన్నప్పుడు) అనగా, 'క్షేత్ర స్వచ్ఛందత' మిన్‌కౌస్కి స్థలము, ప్రాకృత సూత్రమున సాధ్యమగు విశిష్ట సందర్భమును సూచించునని ఊహించుటకు సరియగు స్థానము మనకు లభించినది. అది వాస్తవమునకు, ఊహింపనగునంత స్వల్పమగు విశిష్ట సందర్భమై యున్నది. దానియొక్క కొలతల స్వభావమునకు సంబంధించి అట్టి స్థలమును సంభవనీయమైన $dx_1{}^2+dx_2{}^2+dx_3{}^2$ మూలము స్వభావగతాదులు నిర్ణయింపబడినవి. త్రిమితీయ, స్థలతాదృశ మధ్యచ్ఛేదము యొక్క అనంతసూక్ష్మములగు రెండు సన్నిహిత బిందువుల యొక్క స్థలవియోగము (ఏకొలమానముతో కొలిచిన) యొక్క వర్గము (పైథోగరియన్ సిద్ధాంతము) విలయిన కొలమానముతో కొలిచినపుడు $x_1$, $x_2$, $x_3$ అనునవి సామాన్యములయిన రెండు ఘటనలయొక్క తాత్కాలిక వియోగము ఇందు $dx_4$ అయియున్నది. లారెన్‌ట్‌జ్ రూపాంతరణముల సహాయము ఇంతకుముందు చూపబడిన

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

మొత్తముతో బాహ్యాపు కొలమానము సంపర్కము కలిగియున్నది. అని దీనియందలి భావము. గణనరీత్యా ఈ సంభవము రూపాంతరణములకు నిశ్చయముగ నున్నది. సార్వత్రిక సాపేక్ష మూలతత్వ భావమున, నిర్దేశాంకముల స్వచ్ఛంద విచ్ఛిన్నరూపాంతరణమునకు స్థలము లోనుగాబడిన యెడల, అప్పుడు బాహ్యముగ తెలియజేయబడిన మొత్తము $ds$,

$$ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1a)$$

అనుసంబంధమున, నిర్దేశాంక విధానమున వ్యక్తీకరింపబడినది. 11, 12.... 44 వరకుగల సచయములన్నిటికి $i$, $k$ ఘాతాంకముల అది మొత్తము చేయవలసియుండును. $g_{ik}$ పదములు ఇప్పుడు స్థిరాంకములు కావు. కాని ఇచ్ఛానుగతికముగ ఎన్నుకొనిన రూపాంతరణములవలన, నిర్ణయింపబడిన, నిర్దేశాంక ఉత్పన్నఫలితములు అయి ఉన్నవి. అయినప్పటికి $g_{ik}$ క్రొత్త నిర్దేశాంకములయొక్క ఇచ్ఛానుగతికములయిన ఉత్పన్న ఫలములు కావు. కాని, అవి నాలుగు నిరూపకములయొక్క అవిరామ రూపాంతరణమున (1a) స్వరూపము (1) వ స్వరూపములోనికి తిరిగి రూపాంతరమందింపగలిగిన తరగతికిచెందిన ఉత్పన్న ఫలములయి ఉన్నవి. ఇది సాధ్యము కావలెననినచో సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతము యొక్క సూత్రీకరణమునకు అర్థశతాబ్దమునకుముందు బి రీమాన్ (రీమాన్ నిబంధనము) నిబంధనము కల్పించెను. అందుండి, ఉత్పాద్యములయిన ఒకానొక కొన్ని సామాన్య సహచర సమీకరణములకు $g_{ik}$ ఉత్పన్న ఫలముల సంతృప్తికరములు కావలయును. తుల్యతా మూలతత్వానుసారము (1a) $g_{ik}$ రీమాన్ నిబంధనను ఉత్పన్న ఫలములు తృప్తికరములైనపుడు ఒక ప్రత్యేక తరగతికిచెందిన గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రము, సర్వసాధారణ సహచరస్వరూపమును వివరించును. రీమాన్ నిబంధనము తృప్తినందింపబడినపుడు ఒక సామాన్య తరగతికిచెందిన శుద్ధగురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమునకు, ఈ సూత్రమూ తృప్తినందింపబడునను పై విషయమును అనుగమించును. కాని రీమాన్ నిబంధనముకన్ననూ, దుర్బలముగనో లేక స్వల్ప

పరిమితముగనో ఉండవలయును. ఈ విధముగా, శుద్ధ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్ర నియమము ప్రయోగపూర్వముగ, పూర్తిగ నిర్ణయింపబడినది ఆ ఫలితము ఎక్కువ విపులీకరించి ఇక్కడ సమర్థింపబడదు

సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతములోనికి, పరివర్తనము చేయుట ఎంతవఱకు స్థలభావమును సవరించినదో గమనించగల స్థితిలో మనమిప్పుడున్నాము. సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రానుగుణ్యముగను, విశిష్ట సాపేక్షతా సిద్ధాంతము ప్రకారము పదార్థమును లేక క్షేత్రమును అపేక్షింపక, స్వతంత్రముగా స్థలము (స్థల-కాలము) ఒక ఉనికిని కలిగియున్నది. స్థలమును పూరించుదానిని నిర్దేశాంకములమీద ఆధారపడి యున్న దానిని, అసలు వర్ణింపజాలుటకయి, స్థల-కాలమును లేక జడత్వ విధానమును, దానియొక్క మాపక ధర్మములతోసహా, ఒకే సమయమున ఉన్నట్లుగ (తత్క్షణము) అనుకొనవలయును. లేకున్న, స్థలమును పూరించునది అను వర్ణన అర్థరహితమగును[1]. సార్వత్రిక, సాపేక్షతా సిద్ధాంతముయొక్క ఆధారముమీద, 'స్థలమును పూరించునది' అనుదానికి వ్యతిరిక్తముగ నిర్దేశాంకములమీద అధారపడునట్టి స్థలము విడివడిన ఉనికిని కలిగియుండదు. గురుత్వాకర్షణ సమీకరణములు సాధించుటవలన, $g_{ik}$ పదములలో (నిర్దేశాంకముల ఉత్పన్న ఫలములుగ) విశుద్ధ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమును అనగా $g_{ik}$ ఉత్పన్న ఫలములనూ తొలగింపబడినటుల మనము ఊహించినయెడల కేవలము వస్తురహితము 'స్థానాత్మకస్థలము' లేకపోవుటవినా(1) మాదిరి స్థలమే మిగిలియుండదు. ఏలనన $g_{ik}$ ఉత్పన్న ఫలములు క్షేత్రమునేగాక దానితోపాటు బహుప్రతియొక్క స్థాన రూపక నిర్మాణాత్మక ధర్మములుకూడ వర్ణించును. సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంత స్థానమునుండి(1) నిర్ణయించినమాదిరి స్థలము $g_{ik}$ యొక్క ప్రత్యేక పరిస్థితి తప్పవిడిచి, క్షేత్రములేనిస్థలముకాదు. ఉపయోగించిన నిర్దేశాంకవిధానము

1 'స్థలమును పూరించునది' (ఉదా: క్షేత్రము) తొలగింపవలయునని తలపోసినయెడల 'మాపక స్థలము' ఇంకను మిగిలియుండును.

(1) తదనుగుణ్యముగ అందు ప్రవేశపెట్టిన శోధన వస్తువుయొక్క జడత్వ గుణచర్యగూడనిశ్చయింపబడును.

స్వపరమున వస్తు నిష్ఠతమగు భావము కలిగియుండదు. $g_{jk}$ ఉత్పన్న ఫల ములు నిర్దేశాంకములమీద ఆధారపడని విలువలను కలిగియుండును. శూన్యస్థలమును నట్టిదిలేదు. అనగా, క్షేత్రములేని స్థలము - క్షేత్రము యొక్క నిర్మాణాత్మముగ గుణముగ మాత్రముతప్ప స్థలకాల అస్తిత్వ మును కోరదు.

శూన్య స్థలముయొక్క ఉనికిని బహిష్కరింపవలెనని డెకార్టీ విశ్వ సించినపుడు అతడు సత్యదూరుడుకాడు. భౌతిక వాస్తవికత కేవలము తూకముగల వస్తువులలో మాత్రమే చూడబడునంతవరకు, ఈ అభిప్రా యము అవశ్యమూ అర్థరహితముగ కనబడును. క్షేత్రములేని స్థలము ఉండదు-అను డెకార్టీ అభిప్రాయముయొక్క అంతర్గర్భితమగు సత్యమును చూపించుటకు సార్వత్రిక సాపేక్షతా సిద్ధాంతముతోకలిపి వాస్తవిక ప్రతి నిధిగ, క్షేత్రమును గూర్చిన అభిప్రాయము దానికి అవసరము.

## సార్వత్రికము గావింపబడిన గురుత్వాకర్షణ సిద్ధాంతము

కనుక సార్వత్రిక సిద్ధాంతముయొక్క ఆధారముమీద విశుద్ధ గురు త్వాకర్షణక్షేత్రము వెంటనే సిద్ధించును. యిందువలననగా 'క్షేత్ర రహిత' మిన్ కౌస్కి స్థలము(1), దాని మాపకముతోసహాతో ననుసరించి, క్షేత్రముయొక్క సామాన్య సూత్రములకు తృప్తికరము గావలెను - అని మనము విశ్వసింపవచ్చును. ఈ ప్రత్యేక సందర్భము నందుండి పూర్తిగా తర్కబద్ధమైన సర్వసమ్మత ధర్మముతో గురుత్వాకర్షణ సూత్రము అను గమించును. ఆ సిద్ధాంతముయొక్క పురోభివృద్ధి సార్వత్రిక సాపేక్ష మూలసిద్ధాంతమువలన, అంత అసందిగ్ధముగ నిశ్చయింపబడలేదు గత దశాబ్దములలో అన్నివైపుల ప్రయత్నములు సాగింపబడెను. భౌతిక వాస్తవికత ఒక క్షేత్రముయొక్క సర్వసామాన్య సూత్రముగను, విశుద్ధ గురుత్వాకర్షణ క్షేత్రమునకు, క్షేత్ర సూత్రము, సూత్రముయొక్క వ్యాపీకరణముగ నున్నదనియును, ఆ ప్రయత్నము లన్నిటికిని సాధార ణమైయున్నది. చాలా తరచినపిదప, సాధారణీకరణమునకు అతి స్వాభా

విశమగు ఆకృతిని[1] కనుగొంటినని నేను విశ్వసింతును - కాని, అనుభవిక సంభవములకు వ్యతిరిక్తముగ, ఈ వ్యాపీకృత సూత్రము నిలువగలుగునా? లేదా? అనునది నేను యింకనూ కనుగొనజాలకున్నాను. ఒక ప్రత్యేక క్షేత్ర సూత్రముగూర్చిన సంప్రశ్నము మున్ముందుగల సామాన్య సమాలోచనలలో అంత ముఖ్యమైనదికాదు. ఇక్కడ యింత దీర్ఘముగ ఆలోచింపబడిన క్షేత్ర సిద్ధాంతము అసలు గమ్యస్థానమునకు తీసికొనపోగలదా? అనునది ప్రస్తుతము ముఖ్య ప్రశ్న. చతుర్మితీయమగు స్థలముతోసహా, క్షేత్రమువలన భౌతిక వాస్తవికత పూర్తిగా క్షేత్రమువలన వివరింపగలిగిన సిద్ధాంతము అని దానిభావము. ఈనాటి భౌతిక సైద్ధాంతిక సంతతి ఈ ప్రశ్నకు కాదు' అని సమాధానమే ఇచ్చును. కణ వాదముయొక్క ప్రస్తుత స్వరూపమునకు అను సంబంధించి, విధానముమీద పొందగనిన. కొలతల ఫలితముల లెక్కల పట్టీలవలన, వక్ర మార్గమునుతప్ప విడిచి, నేరుగా (సూటిగా) ఒక విధానముయొక్క స్థితి, నిర్ధారింపజాలదు - అని అది విశ్వసించును. ప్రయోగ పూర్వకముగా నమ్మకము పుట్టించిన ద్వైధా ప్రకృతి (కణాత్మక-తరంగాత్మక నిర్మాణము) వాస్తవికతా భావము యొక్క తాదృశదుర్బలత్వము వలననే ఆహింపబడగలదు - అంతట అనుష్ఠింపనగు సిద్ధాంతమునకు సంబంధించిన విరతి (renunciation) అసలు మనకు ఉన్న పరిజ్ఞానముతో ప్రస్తుతము సమర్థింపబడదు. సాపేక్షతా సిద్ధాంతపథముయొక్క అంతవఱకునూ అటులే పట్టుదలతో యత్నములు కొనసాగించవలెను-అని నేను తలతును.

---

(1) ఈ సాధారణీకరణమునకు ఈ దిగువ విధానమున గుణ నిరూపణము చేయవచ్చును. మిన్కౌస్కియొక్క శూన్యస్థలమునుండి ఉత్పదనానుసారము $g_{ik}$ ఉత్పన్న ఫలముయొక్క విశుద్ధ గురుత్వాకర్షణక్షేత్రము $g_{ik} = g_{ik}$ $(g_{12} = g_{21} \cdots)$ వలన ఈయబడిన 'సమమితి' ధర్మమును కలిగియున్నది. ఈ సమమితి ధర్మములేకుండ సాధారణీకరణ క్షేత్రము యిదేరీతిని ఉన్నది. క్షేత్ర సూత్రము యొక్క ఉత్పాదనము, విశుద్ధ గురుత్వాకర్షణము యొక్క ప్రత్యేక సందర్భమునకు పూర్తిగా సాదృశ్యమయి యున్నది.

# గ్రంథ వివరణ పట్టీ

# BIBLIOGRAPHY


## Biographical

out of my later years : Albert Einstein.
(constable 1950)

Einstein - His life and times : Phillip Frank(cape 1948)

## Introductory or general

The Special Theory of Relativity : H. Dingle
(Methuen 1940)

The Expanding Universe : A. Eddington
(Cambridge 1933)

Space, Time and Gravitation : A. Eddington
(Cambridge 1923)

The meaning of Relativity A Einstein
(Fifth revised edition, Methuen 1951)

Evolution of Physics : A, Einstein and L. Infeld
(Cambridge 1947)

Relativity Physics : W. H. Mc Crea
(Methuen 1947)

Albert Einstein : Philosopher - Scientist
(The Library of Living Philosophers, vol. 7)
Edited by P. A. Schilpp (Cambridge 1950)

Space - Time Structure : E. Schrodinger
(Cambridge 1950)

The. Structure of the Universe : G. J. Whitrow (Hutchinson's University Library No. 29 1949)

**Mathematical**

Introduction to the Theory Of Relativity :- P. G Bergmann (Prentice - Hall, 1942)

The Mathematical Theory of Relativity : A. Eddington (Cambridge, 1924)

Relativity, Gravitation and World Structure : E. A. Milne (Oxford, 1935)

Kinematic Relativity : E. A. Milne, (Oxford 1948)

The Theory of Relativity : C. Moller (Oxfod, 1952)

Relativitatstheorie : W. Pauli, Jr. (Sonderabdruck aus der Enzyklopadie der mathematischen wissenschaften, V(2), 543 - 773) (Teubner, Leipzig, 1921)

Relativity, Thermodynamics and Cosmology : R. C, Tolman (Oxford, 1934)

Space, Time and Matter : H. Weyl (Mathuen, 1922)

I am indebted to my former colleagues Dr. B. Donovan (Northern Polytechnic, London) and Prof. A, G. Walker (Liverpool University) for suggestions in the choice of books.

R, W. L.

అనుక్రమణిక

# (INDEX)

---